John Adams Library.

IN THE CUSTODY OF THE
BOSTON PUBLIC LIBRARY.

SHELF No.
ADAMS
261.19

Digitized by the Internet Archive
in 2011

http://www.archive.org/details/traitdegom00lecl

A MONSEIGNEUR
MONSEIGNEUR
LE MARQUIS
DE LOUVOIS

TRAITÉ
DE
GÉOMÉTRIE
THEORIQUE ET PRATIQUE,
A L'USAGE DES ARTISTES:

Par SÉBASTIEN LE CLERC, *Chevalier Romain, Deſſinateur & Graveur du Cabinet du Roi, Profeſſeur de Géométrie & de Perſpective dans l'Académie Royale de Peinture & de Sculpture.*

NOUVELLE EDITION.

A PARIS, RUE DAUPHINE,
Chez CH. ANT. JOMBERT, Libraire du Roi pour l'Artillerie & le Génie, à l'Image Notre-Dame.

M. DCC. LXIV.
Avec Approbation & Privilége du Roi.

XX
ADAMS
201.19

AVERTISSEMENT
DU LIBRAIRE.

QUOIQUE depuis plus de ſoixante années que cet Ouvrage parut pour la premiere fois, on ait imprimé un ſi grand nombre de Livres ſur les Mathématiques & ſur la Géométrie, qu'il ſemble que celui-ci devienne inutile ; je crois cependant faire au Public un préſent digne de lui, en lui offrant une nouvelle édition de ce Livre qui eſt toujours recherché avec le même empreſſement, & qui a beaucoup d'avantage ſur tous ceux qui ont paru depuis. Les uns s'en tenant à la pure ſpéculation, n'ont fait qu'entaſſer quantité de Théorêmes & de Propoſitions les unes ſur les autres, dont la plûpart n'ont d'autre mérite que de groſſir inutilement le Livre, & d'ennuyer le Lecteur. Les autres ſe contentant d'une pratique ſimple & groſſiere, rapportent pluſieurs opérations, ſans rendre raiſon des principes qui en ſont les fondemens. Dans ce Traité, l'Auteur attentif à éviter ces deux extrémités, a ſçu joindre avec art la Théorie à la Pratique. Il a cherché à être intelligible par-tout, & à ſe rendre utile principalement aux Artiſtes dont la Profeſſion

exige quelque connoiſſance de la Géométrie, comme les Peintres, les Architectes, les Ingénieurs, Deſſinateurs, Arpenteurs, &c. Dans cette intention il s'eſt renfermé dans les choſes d'uſage & qui tendent à la pratique, & il les explique avec une briéveté & une netteté admirables.

On trouve donc ici le précis des Elemens d'Euclide, qui ſont fort utiles dans la pratique des Arts, & l'on y eſt entré dans un aſſez grand détail pour en faciliter l'intelligence aux jeunes gens, ſans une grande contention d'eſprit. On y donne enſuite le Toiſé des Superficies & des Solides. La doctrine des Triangles par le calcul. La maniere de lever les Plans, de dreſſer les Cartes, & de faire les principales opérations de la Géométrie ſur le terrein ; avec la deſcription & l'uſage des Inſtrumens qu'on y employe le plus ordinairement, comme la Planchette, le demi-Cercle, & le Compas de Proportion. L'Auteur s'eſt attaché ſur-tout à rendre cet Ouvrage clair & facile, pour le mettre à la portée des jeunes gens qu'il avoit en vûe d'inſtruire ; & l'on peut dire que c'eſt en quoi il a le mieux réuſſi. En effet, la briéveté des Définitions, la ſolidité de ſes principes, l'ordre & l'enchaînement de

ſes Propoſitions, peuvent conduire en peu de tems les Etudians à ce qu'il y a de plus élevé & de plus ſçavant dans la Géométrie : & ce qui le rend préférable à quantité d'autres Traités de même eſpéce beaucoup plus étendus, c'eſt qu'il eſt impoſſible de lire ce Livre avec quelqu'attention, ſans devenir en même-tems Géométre.

Connoiſſant donc tout le mérite de cet Ouvrage, j'ai apporté tous mes ſoins pour que la beauté de l'exécution répondît à l'excellence de la matiere qui y eſt traitée ; & à l'imitation de M. le Clerc, qui avoit orné la premiere édition de pluſieurs payſages faits avec un goût admirable, j'ai fait graver en cuivre toutes les figures du Livre qui n'étoient qu'en bois dans l'édition précédente, & l'on a ajouté au bas de chaque planche des petits ſujets groteſques & des payſages, deſſinés & gravés par les plus célébres Graveurs. Ces figures, outre l'avantage d'amuſer agréablement par la variété de leurs ſujets, ſerviront encore à former la main aux jeunes gens, qui pour ſe délaſſer de l'étude ſérieuſe de la Géométrie, pourront s'exercer à les imiter à la plume. Pour rendre cette nouvelle édition plus digne encore de l'accueil favorable que le

Public a daigné faire à la précédente, j'y ai ajouté ſix nouveaux petits ſujets gravés d'après les deſſeins de M. *Cochin*. Et comme je me ſuis apperçu que tout le mérite des compoſitions de cet Artiſte célèbre, ajoutées au bas de chaque Planche, dans l'édition précédente, n'empêchoit pas qu'on ne regrettât encore la perte des gravures dont M. *le Clerc* avoit orné le dernier Chapitre de cet Ouvrage, dans l'édition qu'il en fit en 1690 ; j'ai recouvré, enfin, les *Planches originales* de cet excellent Graveur, & je les ai jointes à cette nouvelle édition, au nombre de dix-ſept Planches, y compris le Frontiſpice, deſſinées & gravées par M. *le Clerc*. Cette augmentation conſidérable & inattendue, donnera ſans doute à cette nouvelle édition, un grand avantage ſur la premiere, & dédommagera en quelque ſorte du mérite des premiéres épreuves qui a excité l'empreſſement des connoiſſeurs, pour l'édition précédente.

Nous ne pouvons terminer plus à propos cet Avertiſſement, ni mieux juſtifier l'eſtime particuliere qu'on a toujours faite de ce *Traité de Géométrie*, qu'en rapportant ici en peu de mots l'éloge hiſtorique de ſon illuſtre Auteur. On y verra que cet Ouvrage

qui lui a tant fait d'honneur, eſt le fruit de plus de trente années de travail, & qu'il ne s'eſt déterminé à le faire paroître, qu'après avoir long-tems donné des leçons publiques ſur cette Science, dans l'Academie de Peinture & de Sculpture. Enfin, les gens d'Art y voyant la route qu'il a tenue pour s'élever à l'immortalité, ſe ſentiront ſans doute animés d'une noble émulation & feront tous leurs efforts pour ſuivre un ſi bel exemple.

APPROBATION.

J'AI lû par ordre de Monseigneur le Chancelier, *La Géométrie de M. Sebastien le Clerc.* On trouvera ici la Théorie & la Pratique ; avec des méthodes d'approximation pour la pratique des Problêmes que la Géométrie n'a pû résoudre exactement. Fait à Paris, ce 13 Septembre 1738.

MONTCARVILLE.

Le Privilege se trouve à la fin de l'Astronomie Physique *de* Gamaches.

AVIS AU RELIEUR.

Les trente-neuf Planches des neuf premiers Chapitres de ce Traité de Géométrie, *doivent se placer à la fin de chaque Chapitre : on conservera le papier blanc pour les faire sortir hors du Livre, en les pliant en trois, suivant l'usage ; & pour ne point gâter les Gravures, on fera le dernier pli sur le bord de la Planche. A l'égard des seize autres Planches, qui ont rapport au dernier Chapitre, comme elles ne sont point tirées pour sortir hors du Livre, on aura soin de les placer chacune vis-à-vis la page indiquée au haut de chaque Planche.*

ABRÉGÉ

ABRÉGÉ
DE LA VIE
DE
SEBASTIEN LE CLERC.

SEBASTIEN le Clerc nâquit à Metz le 26 Septembre 1637. Son grand-pere, qui étoit Noble Lorrain & Secrétaire de la Princeſſe de Tarente, vers l'an 1580, fut obligé de ſortir de Nancy, & de ſe refugier à Metz, pour éviter les recherches qu'on faiſoit alors contre la Religion Proteſtante qu'il avoit embraſſée. Ce contre-tems ayant dérangé les affaires de ſa famille, le plus jeune de ſes enfans, nommé Laurent le Clerc, né en 1590, fut placé chez un Orfévre à Metz, & vint enſuite à Paris vers l'an 1610. Il travailloit à Lyon durant la fameuſe peſte qui affligea cette Ville en 1635. De-là, il revint à Metz, où il s'établit, & y mourut en 1695, âgé de 105 ans. Il laiſſa une fille &

un fils nommé Sebaſtien le Clerc, dont nous allons parler.

Son pere, qui étoit fort habile dans ſa profeſſion, lui apprit à deſſiner de fort bonne heure, & il avoit de ſi grandes diſpoſitions pour le deſſein, qu'il en donnoit à ſon tour des leçons à l'âge de dix ou douze ans. On conſerve entr'autres un petit deſſein de lui, repréſentant un enfant couché ſur le dos, ſur lequel ſon pere avoit écrit qu'il n'avoit que huit ans quand il le fit. M. le Clerc s'appliqua ſi jeune à la Gravure, qu'il ne pouvoit ſe ſouvenir quel âge il avoit quand il commença à graver. La premiere piéce qu'il a faite, dont on ait une date aſſurée, eſt une Robe de Notre-Seigneur qu'il grava à l'âge de dix-huit ans.

Comme il avoit un génie très-vaſte, & qu'il étoit extrémement curieux d'acquérir de nouvelles connoiſſances, il ne ſe borna point à la ſeule étude du Deſſein & de la Gravure : il ſe mit à lire des Livres de Phyſique & de Géométrie, perſuadé qu'il n'eſt guéres poſſible d'être bon Phyſicien ſans être Géométre. Il y fit de grands progrès ſans le ſecours d'aucun Maître. Quelque tems après un Chanoine de Metz, touché de ſon amour pour l'étude, lui apprit la Perſpective, & le Diſciple bientôt alla plus loin que le Maître, dans cette ſcience ſi néceſſaire à ceux qui ſe mêlent du deſſein.

M. le Clerc, encouragé par de ſi heureux com-

mencemens, réſolut de s'appliquer ſérieuſement aux Mathématiques, & dans le deſſein de ſe pouſſer dans le Génie, il étudia à fond les Fortifications & les autres ſciences néceſſaires pour former un bon Ingénieur. Il y réuſſit parfaitement, & ayant été choiſi pour être Ingénieur-Géographe du Maréchal de la Ferté, il leva par ſon ordre les Plans des principales places du pays Meſſin & du Verdunois. Il réuſſit ſur-tout au Plan de Marſal, dont on vouloit démolir les fortifications : mais ayant appris qu'on avoit envoyé ce Plan à la Cour, ſous le nom d'un autre Ingénieur, & n'ayant pû tirer raiſon de cette injuſtice, il en fut ſi piqué qu'il abandonna cet emploi. Il vint donc à Paris en 1665, dans l'eſpérance de s'avancer dans le Génie ; mais M. le Brun qui reconnut en lui des talens extraordinaires pour le Deſſein & pour la Gravure, le détourna de cette idée, & lui conſeilla de ſe livrer tout entier à ce bel Art. M. le Clerc ſuivit l'avis de ce grand Peintre, qui s'intéreſſa beaucoup à ſon avancement, & lui procura les moyens de ſe faire connoître.

Ce fut vers ce tems-là qu'il acheva ſa *petite Géométrie pratique*, qu'il avoit déja fort avancée à Metz, & qui fut achevée d'imprimer à Paris en 1668, avec 82 planches ornées de quantité de figures extrêmement amuſantes pour leur variété. Cette premiere édition ayant été bientôt enlevée par les curieux & les connoiſſeurs, elle fut réimpri-

mée en 1682. Cet Ouvrage eut d'ailleurs tout le ſuccès qu'il pouvoit déſirer, & fut reçu du Public avec applaudiſſement : ſa réputation s'étendit même juſqu'à la Cour ; & M. Colbert, Protecteur des beaux Arts, voulant le fixer à Paris, lui fit donner un logement aux Gobelins, avec une penſion de ſix cens écus, pour l'attacher au ſervice du Roi, & l'obliger à ne travailler que pour Sa Majeſté. Ce grand Miniſtre l'engagea encore à montrer les Mathématiques & le Deſſein à M. de Blainville, reçu en ſurvivance pour être Intendant des Bâtimens.

Sa réputation augmentant de jour en jour, il fut choiſi en 1672, pour deſſiner & graver la repréſentation du Catafalque, que l'Académie Royale de Peinture avoit fait dreſſer dans l'Egliſe des PP. de l'Oratoire de la rue S. Honoré, pour le Service de M. le Chancelier Seguier. M. le Brun, qui en avoit inventé & conduit l'ordonnance, fut ſi content de cet excellent morceau, qu'il préſenta en même tems à l'Académie, & cette Eſtampe, & ſon Auteur ; M. le Clerc y fut reçû d'un conſentement unanime en qualité de Graveur, & on le fit en même-tems Profeſſeur de Géométrie & de Perſpective, avec trois cens livres de penſion. La planche du Mauſolée ſervit de morceau de réception, & reſta, ſuivant l'uſage, à l'Académie, où il continua avec ſuccès ſes Leçons de Géométrie & de Perſpective pendant près de trente ans.

M. le Clerc se maria en 1673, & épousa une fille de M. Vandenkerchoven, Teinturier du Roi aux Gobelins : il a laissé de ce mariage six fils & quatre filles. L'aîné des fils a embrassé la Peinture, & professe aujourd'hui la Perspective dans l'Académie Royale, dont il est un des illustres membres. Quelque tems après son mariage, il renonça à la pension de dix-huit cens livres que le Roi lui faisoit, dans l'espérance de gagner beaucoup davantage en travaillant pour le Public, & pour satisfaire aux justes empressemens de ceux qui lui demandoient de ses ouvrages. On lui laissa cependant toujours une petite pension de cent livres sur les Bâtimens, & peu de tems après on le gratifia d'une autre pension de trois cens livres.

En 1679 il mit au jour son petit *discours sur le point de vûe*. Il entreprit cet Ouvrage pour défendre la Perspective contre ceux qui l'accusoient d'être fondée sur de faux principes. Vers le même temps il grava la représentation des fameuses machines dont on se servit pour élever les deux grandes pierres qui couvrent le fronton du Louvre ; & sous M. le Marquis de Louvois, il fut choisi pour faire tous les desseins des Médailles de l'Histoire du Roi. Il conduisoit les Graveurs, corrigeoit leurs cires, & gravoit même le trait à l'eau-forte sur leurs poinçons.

En 1690, il publia sa *grande Géométrie théori-*

que & pratique, qui fut peu de tems après contrefaite en Hollande. Tout y eſt expliqué & démontré avec une clarté & une préciſion ſi grande, qu'il n'y a perſonne qui ne puiſſe, avec un peu d'attention, devenir lui-même Géométre, en l'étudiant, ſans le ſecours d'aucun Maître. M. le Clerc, ſelon ſa coutume, a orné ce Livre de pluſieurs figures, qui l'ont fait rechercher des Amateurs. C'eſt cette même Géométrie dont nous donnons aujourd'hui une ſeconde édition avec de nouveaux ornemens, & des petits ſujets variés au bas de chaque planche, pour remplacer ceux dont ce grand homme avoit enrichi le dernier Chapitre de ſon édition. Dans la même année 1690, après la mort de Mellan, il eut le Brevet de Deſſinateur & Graveur du Cabinet du Roi, avec une penſion de quatre cens livres; & quelque temps après il fut nommé pour être un des quatre Profeſſeurs qui poſent le modéle aux Gobelins.

Il donna au Public, en 1698, ſa belle Eſtampe de *l'Académie des Sciences & des Arts*, qui eſt un chef-d'œuvre, tant pour la richeſſe de la compoſition, que pour la diſtribution des groupes & des maſſes de lumiere. Quelque tems après, il fit *l'entrée d'Alexandre dans Babylone*, de la même grandeur que l'Académie des Sciences, & pour lui ſervir de pendant. Cette Eſtampe ne céde en rien à l'autre, ſoit pour la nobleſſe de la compoſition, ſoit

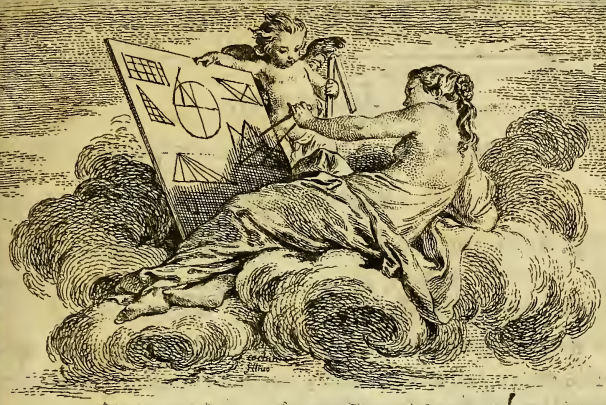
pour la multitude & la variété des sujets. *La Multiplication des pains*, *le passage d'Isaïe*, *les conquêtes du Roi*, & les planches pour *l'Histoire du Duc de Lorraine*, sont encore des morceaux qui lui ont fait beaucoup d'honneur, & où il a eu une occasion favorable de faire valoir sa grande facilité pour la composition & la fertilité de son génie, par la maniere variée dont il a traité tous ces sujets.

En 1706, il fit imprimer son *Nouveau système du Monde, conforme à l'Ecriture Sainte*. Dans la même année le Cardinal de Gualterio, Nonce du Pape en France, qui estimoit beaucoup M. le Clerc, le fit Chevalier Romain. En 1710 sa vûe s'étant considérablement affoiblie, il fut obligé de discontinuer ses travaux, & quitta la Gravure: mais quelque tems après la vûe lui étant revenue, petit à petit il reprit ses occupations ordinaires. On imprima en 1712 son *Système de la Vision*, qui n'est proprement que le même sujet qu'il avoit déja traité dans son discours sur le point de vûe; mais il s'étend ici davantage, & établit son système sur de nouvelles preuves, & répond à toutes les difficultés qu'on pourroit faire contre son opinion. En 1714, six mois avant sa mort, il cessa entiérement tout ce qui avoit rapport au Dessein & à la Gravure, sans pourtant cesser de s'occuper, puisqu'il fit imprimer alors son *Traité d'Architecture*, dont il corrigeoit les épreuves. Ce Livre est *en deux volumes in-quarto*, dont le second

qui n'eſt que de figures, contient deux cens planches, toutes gravées de ſa main. Il mourut aux Gobelins, le 25 Octobre 1714, âgé de 77 ans.

On n'entreprend point ici de parler de ſes autres morceaux de Gravure, qui vont au nombre de plus de quatre mille eſtampes, ſans compter ſes deſſeins, qui ſont en auſſi grand nombre, il faudroit un Livre entier, pour entrer dans quelque détail à ce ſujet. On remarquera ſeulement que cette grande multitude de Gravures eſt preſque toute de ſon invention, & d'après ſes propres deſſeins, n'ayant gravé que très-peu de choſe d'après les autres, ſi ce n'eſt quelques morceaux de la compoſition de M. le Brun. Si l'on joint à cela, les Leçons de Géométrie, de Fortification, d'Architecture & de Perſpective qu'il donnoit preſque tous les jours, depuis près de trente années, & le nombre étonnant de machines qui ont rapport à ces Arts, qu'il avoit ou inventées ou exécutées lui-même en relief, & qui faiſoient l'ornement de ſon Cabinet; on conviendra que perſonne n'a mieux employé ſon tems que lui, & qu'il a bien mis à profit les précieux talens dont il étoit favoriſé, & les heureuſes diſpoſitions qu'il avoit pour exceller dans les Mathématiques & dans les beaux Arts.

TRAITÉ



TRAITÉ DE GÉOMÉTRIE.

CHAPITRE PREMIER.

Des Definitions.

De la Géométrie.

1. LA Géométrie eſt une partie des Mathématiques qui a pour objet la quantité qu'on nomme continue, & qui eſt étendue, ou en longueur ſeulement, ou en longueur & largeur, ou en longueur, largeur & profondeur, ces trois eſpéces de quantité ayant pour termes des points, des lignes & des ſurfaces.

Du point.

2. Le point est ce qui n'a aucune partie.

De la ligne.

3. La ligne est une longueur sans largeur.

De la ligne droite.

4. La ligne droite est celle qui est également comprise entre ses extrémités, *ou bien*, c'est la plus courte qu'on puisse mener d'un point à un autre. (*Fig.* 1.)

De la ligne courbe.

5. La ligne courbe est inégalement comprise entre ses extrémités. (*Fig.* 2.)

Des lignes paralleles.

6. Deux lignes sont paralleles, lorsqu'elles s'accompagnent en égale distance. (*Fig.* 3.)

De l'angle linéal.

7. L'angle linéal est l'ouverture de deux lignes qui se joignent à un point en s'inclinant l'une vers l'autre, & qui s'écartent l'une de l'autre par l'autre extrémité. En ce cas, les lignes sont appellées les *côtés* de cet angle. (*Fig.* 4.)

Ainsi, les lignes AB, CB, *sont les côtés de l'angle* ABC.

De l'angle rectiligne, curviligne, & mixtiligne.

8. L'angle est nommé *rectiligne* si les lignes dont il est il formé sont droites; *curviligne*, si elles sont

courbes ; & *mixtiligne*, si une des lignes est droite & l'autre courbe. (*Fig.* 4.)

De l'angle droit, aigu, & obtus.

9. Si une ligne droite rencontrant une autre ligne droite, fait des angles égaux de part & d'autre, ces angles sont droits, (*Fig.* 5.) mais si elle les fait inégaux, le plus ouvert est obtus, & le moins ouvert est aigu.

Exemple. L'angle A est droit, l'angle B est obtus, & l'angle C est aigu.

Il faut observer que l'égalité des angles ne s'entend pas de l'égalité des lignes, mais de leur ouverture ; que le plus grand angle est celui qui est plus ouvert, & au contraire ; & que deux angles sont égaux s'ils sont ouverts également, quoique leurs côtés soient d'inégale longueur.

De la perpendiculaire.

10. La perpendiculaire est une ligne droite qui tombe, ou qui s'éleve sur une autre ligne droite, faisant de part & d'autre des angles droits. (*Fig.* 6.)

De l'angle alterne, opposé, & de même part.

11. Une ligne droite comme BE, (*Fig.* 7.) coupant les paralleles BF, EG, l'angle A est alterne à l'égard de l'angle C ; à l'égard de l'angle B, il est opposé au sommet, mais il est de même part que l'angle E, & les angles A, D, B sont de suite.

De la surface.

12. La surface, ou superficie, est une quantité éten-

due en longueur & largeur, ſans épaiſſeur, ou profondeur.

De la ſurface plane.

13. La ſurface plane, ou plate, qu'on appelle *Plan*, eſt celle qui eſt également étendue entre ſes extrémités, & ſur laquelle une ligne droite peut être tirée en tous ſens. (*Fig.* 8.)

De la ſurface courbe.

14. La ſurface courbe eſt appellée *convexe* ſi elle eſt relevée, & *concave* ſi elle eſt creuſe & enfoncée. (*Fig.* 9.)

Exemple. La ſurface A eſt convexe, & la ſurface B eſt concave.

De l'aſſiette des plans.

15. Un plan eſt horiſontal & de niveau s'il eſt couché, comme le deſſus d'une eau calme; vertical & à plomb s'il eſt dreſſé, comme un mur élevé bien droit; ſinon il eſt incliné, panché & en talud.

Du terme.

16. Le terme eſt l'extrémité d'une quantité.

Le point eſt un terme de la ligne, & la ligne eſt un terme de la ſurface, comme la ſurface eſt un terme du corps. La ligne commence à un point, finit à un autre; & la ſurface eſt terminée ou d'une ſeule ligne ou de pluſieurs, de même que le corps eſt terminé ou d'une ſeule ſurface ou de pluſieurs.

De la Figure.

17. La figure d'un plan, eſt la modification de ſes termes, ou extrémités.

De la figure rectiligne.

18. La figure rectiligne eſt compoſée de lignes droites, qu'on nomme côtés.

Des poligones.

19. Toutes figures planes & rectilignes ſont nommées d'un nom général, *poligones*; mais chacune en particulier a un nom propre tiré du nombre de ſes termes. On appelle,

Triangle ou trigone, la figure de 3 côtés. (*Fig.* 11, 12 & 13.

Quadrilatere ou tetragone celle de 4. (*Fig.* 8.)

Pentagone celle de 5 côtés. (*Fig.* 10.)

Exagone celle de 6 côtés.

Eptagone celle de 7 côtés.

Octogone celle de 8 côtés.

Enneagone celle de 9 côtés.

Décagone celle de 10 côtés.

Undécagone celle de 11 côtés.

Dodécagone celle de 12 côtés.

Un triangle ſe diſtingue d'un autre par la différence de ſes angles ou de ſes côtés.

Du triangle rectangle.

20. Le triangle rectangle eſt celui qui a un angle droit. (*Fig.* 11.)

Du triangle ambligone.

21. Le triangle ambligone, ou obtus-angle eſt celui qui a un angle obtus. (*Fig.* 12.)

Du triangle oxigone.

22. Le triangle oxigone a les trois angles aigus. (*Fig.* 13.)

Du triangle équilatéral.

23. Le triangle équilatéral a ſes trois côtés égaux. (*Fig.* 14.)

Du triangle iſoſcele.

24. Le triangle iſoſcele a ſeulement deux côtés égaux. (*Fig.* 15.)

Du triangle ſcalene.

25. Le triangle ſcalene a ſes trois côtés inégaux. (*Fig.* 16.)

Les Figures de quatre côtés reçoivent auſſi des dénominations particulieres de la qualité de leurs angles & du rapport de leurs côtés.

Du quarré.

26. Le quarré eſt une figure formée de quatre côtés égaux & de quatre angles droits. (*Fig.* 18.)

Du rectangle.

27. Le Rectangle, ou quarré long, a ſes angles droits, & ſeulement ſes côtés oppoſés égaux. (*Figure* 17.)

Du Parallelogramme.

28. Le parallélogramme a ſes côtés oppoſés paralleles. (*Fig.* 19.)

Du rhombe.

29. Le rhombe, ou loſange, eſt un parallélogramme qui a ſes quatre côtés égaux, mais ſeulement les angles oppoſés égaux, deux étant obtus & les deux autres aigus. (*Fig.* 20.)

De la diagonale.

30. La ligne AC, menée d'un angle à ſon oppoſé, eſt appellée *diagonale*. (*Fig.* 19 & 20.)

Du trapeze régulier.

31. Le trapeze régulier a deux côté égaux, & les deux autres inégaux; mais paralleles. (*Fig* 21.) L'irrégulier a ſes quatres côtés inégaux. (*Fig.* 22.)

De la baſe.

32. La baſe eſt particuliérement le côté ſur lequel la figure ſe repoſe; comme le côté BC. (*Fig.* 21.)

Du cercle.

33. Le cercle eſt un plan terminé d'une ſeule ligne appellée *circonférence*, laquelle eſt par-tout également éloignée d'un point qui en fait le milieu, & qu'on nomme *centre* (*Fig.* 23.)

Par cercle on entend auſſi quelquefois la ſeule circonférence, ſuivant l'uſage du vulgaire.

Du diamétre & du rayon.

34. Toute ligne droite qui paſſe par le centre du cercle, & qui ſe termine à la circonférence, eſt nommée *diametre*; & ſa moitié *rayons*, ou *demi-diametre*. (*Fig.* 23.)

Exemple. La ligne courbe HIKL eſt la circonférence, le point D eſt le centre, la droite HK eſt le diametre, & la droite DI eſt un rayon du cercle.

Des degrés, minutes, ſecondes, &c.

35. La circonférence du cercle ſe diviſe ordinairement en 360 parties égales, ou dégrés; *par conſéquent*, la demi-circonférence en 180, & le quart en 90. Chaque degré ſe ſoudiviſe en 60 minutes, chaque minute en 60 ſecondes, & chaque ſeconde en 60 tierces, &c.

De l'arc.

36. L'arc eſt une partie de la circonférence d'un cercle. (*Fig.* 24.)

De la corde.

37. La corde eſt une ligne droite qui joint un arc par ſes extrémités. (*Fig.* 24.)

Exemple. La courbe T eſt l'arc, & la droite V eſt ſa corde.

De la meſure de l'arc & de l'angle.

38. Les dégrés & leurs parties ſont la meſure de l'arc,

l'arc, & l'arc eſt la meſure de l'angle. (*Fig.* 25.)

Par exemple, ſuppoſé que le point B *ſoit le centre du cercle* ACD, *on jugera de la grandeur de l'arc* AC *par le nombre des degrés & des minutes qu'il contient, comme on jugera de l'ouverture de l'angle* ABC, *par la grandeur de l'arc* AC.

De la ligne tangente.

39. La ligne tangente eſt celle qui touche un cercle ſans le couper, & ſans le pouvoir couper, ou traverſer, même étant continuée, comme la ligne EF. (*Fig.* 26.)

De la ſécante.

40. La ligne ſécante, croiſe, coupe & traverſe le cercle, comme la ligne CD. (*Fig.* 26.)

Du demi-cercle.

41. Le demi-cercle eſt terminé par le diamétre & la demi-circonférence. (*Fig.* 27.)

De la portion de cercle.

42. Si on coupe un cercle en deux inégalement par une ligne droite, les parties ſont appellées *portions*, ou *ſegments*. (*Fig.* 28.)

Exenple. La partie A s'appelle *grand ſegment*, & la partie B, *petit ſegment.*

Du ſecteur.

43. Que ſi un cercle eſt coupé en deux inégale-

ment par deux rayons, les parties sont dites *secteurs*. (*Fig.* 29.)

Exemple. La partie C est un grand secteur, & la partie B est un petit secteur.

De l'ovale.

44. L'ovale est un plan borné d'une seule ligne courbe qui se décrit de plusieurs centres, & que tous les diamétres divisent en deux également. (*Fig* 30.)

De l'ellipse.

45. L'ellipse est aussi un plan terminé d'une ligne courbe, mais en figure d'œuf, & qu'un seul diamétre divise en deux parties égales. (*Fig.* 31.)

De la figure réguliere.

46. La figure réguliere a ses parties opposées semblables & égales.

De l'irréguliere.

47. La figure irréguliere est composée d'angles & de côtés inégaux.

De la figure équiangle.

48. La figure équiangle a tous ses angles égaux, & deux figures sont équiangles, si les angles de l'une (quoiqu'inégaux entr'eux) sont égaux aux angles de l'autre. (*Fig.* 32.)

Exemple. La figure C est équiangle à la figure D.

De la figure équilatérale.

49. La figure équilatérale a tous ses côtés égaux.

Des figures concentriques.

50. Les figures concentriques sont celles qui ont un même centre. (*Fig.* 34.)

Des excentriques.

51. Les excentriques dépendent de plusieurs centres. (*Fig.* 33.)

Des supplémens.

52. Quand un parallélograme est divisé en quatre autres par un point de sa diagonale, les deux C & D, que la diagonale ne coupe pas, sont appellés *Supplémens*, ou *complémens*, (*Fig.* 35.)

Du gnomon.

53. Gnomon est la différence de deux rectangles ; *ou bien*, c'est l'excès d'un rectangle par dessus un autre rectangle, les deux rectangles ayant un angle commun & une même diagonale. (*Fig.* 36.)

Exemple. Les deux trapezoïdes H, F, pris ensemble, composent le Gnomon.

Des parties communes.

54. Une partie est commune lorsqu'elle appartient à plusieurs quantités.

Par exemple, on dit que l'angle ABC, *qui appar-*

tient au rectangle DE, (Fig. 36.) *comme au rectangle* AC, *eſt commun : & que le triangle* GHI, (Fig. 37.) *eſt commun aux deux triangles* GIL, GIF, *parce qu'il fait partie de l'un comme il fait partie de l'autre. Ce triangle* GHI *peut auſſi être appellé commun, parce qu'il eſt joint au triangle* GHL, *de même qu'au triangle* HIF.

De la grandeur d'une quantité.

55. Une quantité eſt à dire grande, ou petite, par la comparaiſon qu'on en fait avec une autre de même eſpéce.

De la raiſon de deux quantités.

56. Quand on compare deux quantités entr'elles, ce que l'une eſt à l'égard de l'autre eſt appellé *raiſon.*

Par exemple, comparant une ligne de deux pieds à une de trois, on dit que la raiſon de l'une à l'autre eſt de deux à trois ; ou que la premiere eſt à la deuxiéme en raiſon de trois à quatre, ſi la premiere eſt de trois pieds & la deuxiéme de quatre.

Des termes de la raiſon.

57. Les termes de la raiſon ſont les quantités comparées.

Des termes antécédens & conſéquens.

58. Comparant la ligne A à la ligne B, la ligne A eſt le terme antécédent, & la ligne B le terme conſéquent. (*Fig.* 38.)

Des raisons semblables & égales.

59. Deux raisons sont semblables & égales, lorsque les termes de la premiere sont entr'eux comme les termes de la seconde.

La raison de A *à* B *est semblable & égale à celle de* C *à* D, *parce que comme* 2 *est moitié de* 4, 3 *est moitié de* 6, *ce qui s'écrit ainsi :*

A, B :: C, D.
2, 4 :: 3, 6.

Des termes proportionnels.

60. Si deux raisons sont semblables, leurs termes sont proportionnels.

Par exemple, 4 *étant deux tiers de* 6, *comme* 2 *sont deux tiers de* 3, *nous disons que les quatre termes, ou quantités* 2, 3 :: 4, 6, *sont proportionnels.*

De la proportion.

61. La proportion est un rapport de raisons.

Des termes de la proportion.

62. La proportion ne peut avoir moins de trois termes.

Lorsque la proportion n'a que trois termes, celui du milieu est pris pour deux, comme si on dit que A *est à* B, *comme* B *à* C, 2 *est à* 4, *comme* 4 *à* 8.

A : B : C.
2 : 4 : 8.

Des termes moyens & extrêmes.

63. Dans la proportion de trois termes, celui du milieu est appellé *moyen*, & les deux autres extrêmes.

Des termes en proportion continue.

64. Les termes sont continuellement proportionnels, lorsque ceux du milieu sont pris pour antécédens & pour conséquens.

Comme lorsqu'on dit que A *est à* B, *comme* B *à* C, & B *à* C, *comme* C *à* D. *Ce qui s'écrit ainsi :*

∴ A. B. C. D.
∴ 2. 4. 8. 16.

De la raison doublée & triplée.

65. Lorsque quatre termes sont continuellement proportionnels, le premier est en raison doublée avec le troisiéme, & en raison triplée avec le quatriéme.

C'est-à-dire, que la raison de A *à* C, *est doublée de celle de* A *à* B, & *que celle de* A *à* D *est triplée de la même raison de* A *à* B.

∴ A. B. C. D.
∴ 1. 3. 9. 27.

De la raison inverse.

66. La raison inverse est une comparaison du conséquent à l'antécédent.

Comme si la raison de A *à* B, *étant la même que*

de C *à* D, *on infére que* B *eſt à* A, *comme* D *à* C.

A, B : : C, D.
2, 4 : : 4, 8.

De la raiſon alterne.

67. La raiſon alterne, ou par échange, eſt celle où la comparaiſon ſe fait du conſéquent au conſéquent, de même que de l'antécédent à l'antécédent. (*Fig.* 39.)

Comme ſi A *étant à* C, *comme* B *à* D; *on conclud que* A *eſt à* B, *comme* C *à* D.

De la proportion d'égalité.

68. La proportion d'égalité eſt un rapport des termes extrêmes d'une ſuite de raiſons; *ou bien*, c'eſt un rapport de raiſons qui réſulte de quelque cercle de raiſons ſemblables.

Comme ſi après avoir comparé G *à* H, *comme* I *à* K; I *à* K *comme* L *à* M; *&* L *à* M *comme* N *à* O; *on conclud: donc* N *eſt à* O, *comme* G *à* H.

G. H : : I. K : : L. M : : N. O.
2. 4 : : 3. 6 : : 4. 8 : : 5. 10.

Ou bien ſi y ayant même raiſon de A *à* B, (Fig. 40.) *que de* C *à* D; *&* B *à* E, *que de* D *à* F; *on tire cette conſéquence, donc* A *eſt à* E, *comme* C *à* F.

De la proportion de compoſition.

69. La proportion de compoſition eſt celle où

nous comparons plusieurs termes pris ensemble à plusieurs autres aussi pris ensemble, de même qu'un seul à un seul ; *ou bien*, celle où la comparaison se fait de plusieurs termes à un seul, comme de plusieurs autres à un seul.

Comme si A *étant à* C, *de même que* B *à* D, & B *à* D *comme* E *à* F, *nous tirons cette conséquence, que les trois termes* A, B, E, *pris ensemble, sont aux trois termes* C, D, F, *aussi pris ensemble, comme le seul* E *au seul* F.

Ou que les trois termes A, B, E, *pris ensemble, sont au seul* E, *comme les trois termes* C, D, F, *pris aussi ensemble, sont au seul* F.

A, 6.	C, 4.
B, 9.	D, 6.
E, 3.	F, 2.
18.	12.

De la proportion de division.

70. La proportion de division, est quand dans une raison ainsi que dans une autre, l'excès de l'antécédent par dessus le conséquent, est comparé au même conséquent.

Comme si BA, (Fig. 41.) *étant à* BE *en même raison que* DC *à* DF, *on conclud que* EA *est à* BE, *comme* FC *à* DF.

Des figures semblables.

71. Deux figures sont semblables quand elles ont les angles égaux & les côtés proportionnels.

Ce'st

C'eſt-à-dire, que deux figures ſont ſemblables (quoiqu'inégales) ſi les angles de l'une étant égaux aux angles de l'autre, leurs côtés ſont en même raiſon.

Des termes homologues.

72. Dans les figures ſemblables, les côtés ſemblables ſont dits homologues ; *comme les côtés 3 & 4.* (*Fig.* 42.)

Des termes réciproques.

73. Deux figures ont leurs côtés réciproques, ſi leurs côtés ſont proportionnels dans un ordre alternatif ; *c'eſt-à-dire*, ſi les comparant alternativement l'un à l'autre, l'antécédent de la premiére raiſon & le conſéquent de la ſeconde ſe trouvent dans une même figure ; ou, ce qui revient au même, ſi les deux extrêmes ſe trouvent dans une figure, & les moyens dans l'autre. (*Fig.* 43.)

Par exemple, ſi AB *eſt à* DF, *comme* DE *à* AC, *ou ſi* AB *eſt à* DE, *comme* DF *à* AC : *ces deux rectangles* BC, EF, *ſont dits avoir les côtés réciproques.*

Des plans égaux.

74. Les plans égaux conviennent également, & peuvent être ſemblables & diſſemblables.

De la convenance des plans.

75. On dit que deux plans conviennent, lors qu'étant poſés l'un ſur l'autre, ils ne ſe ſurpaſſent en aucun endroit, les extrémités de l'un ſe trouvant préciſément ſur les extrémités de l'autre.

De la hauteur des plans.

76. La hauteur d'un plan, eſt la perpendiculaire abaiſſée du ſommet à la baſe. (*Fig.* 44.)

Exemple. La perpendiculaire AD, eſt la hauteur du triangle ABC, ſoit qu'elle tombe ſur la baſe en dedans du triangle, ou qu'elle tombe en dehors.

Des figures inſcrites & circonſcrites au cercle.

77. Une figure rectiligne eſt inſcrite dans un cercle, ſi elle le touche de tous ſes angles; (*Fig.* 45.) mais elle eſt circonſcrite, lorſque tous ſes côtés joignent & touchent le cercle autour duquel elle eſt décrite. (*Fig.* 46.)

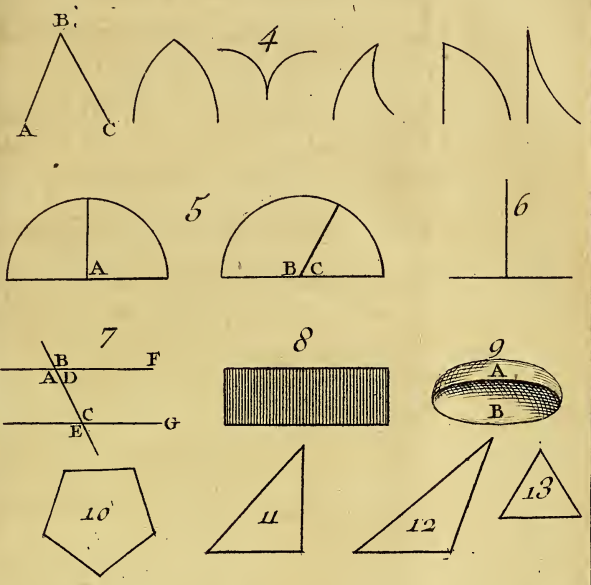
De l'aire d'une figure.

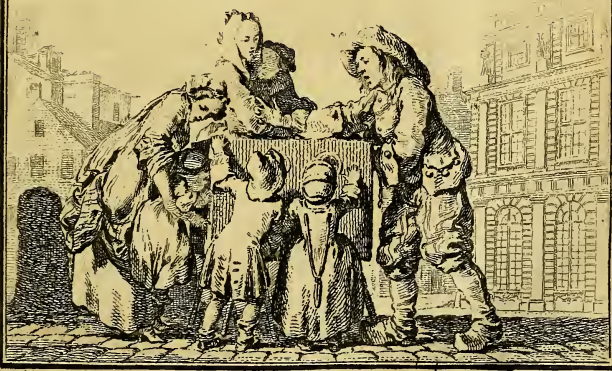
78. L'aire d'une figure eſt toute l'étendue compriſe entre ſes termes.

De l'échelle.

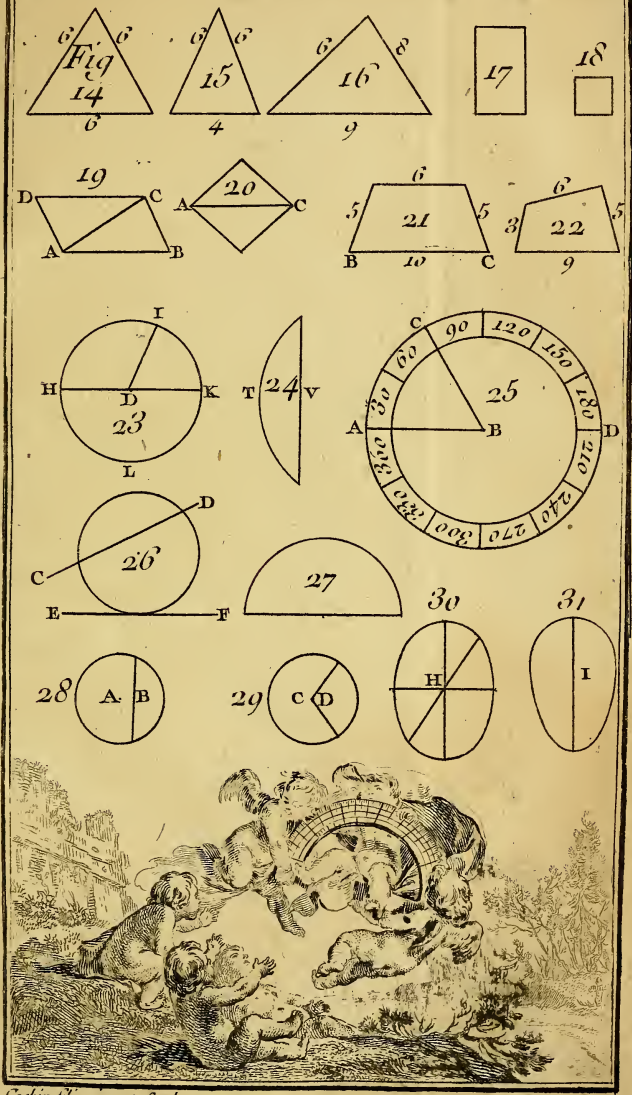
79. L'échelle eſt une ligne droite diviſée en pluſieurs petites parties égales, qu'on fait valoir certaines meſures, comme des pieds, des toiſes, des perches, &c. (*Fig.* 47.)

Fig. Ire

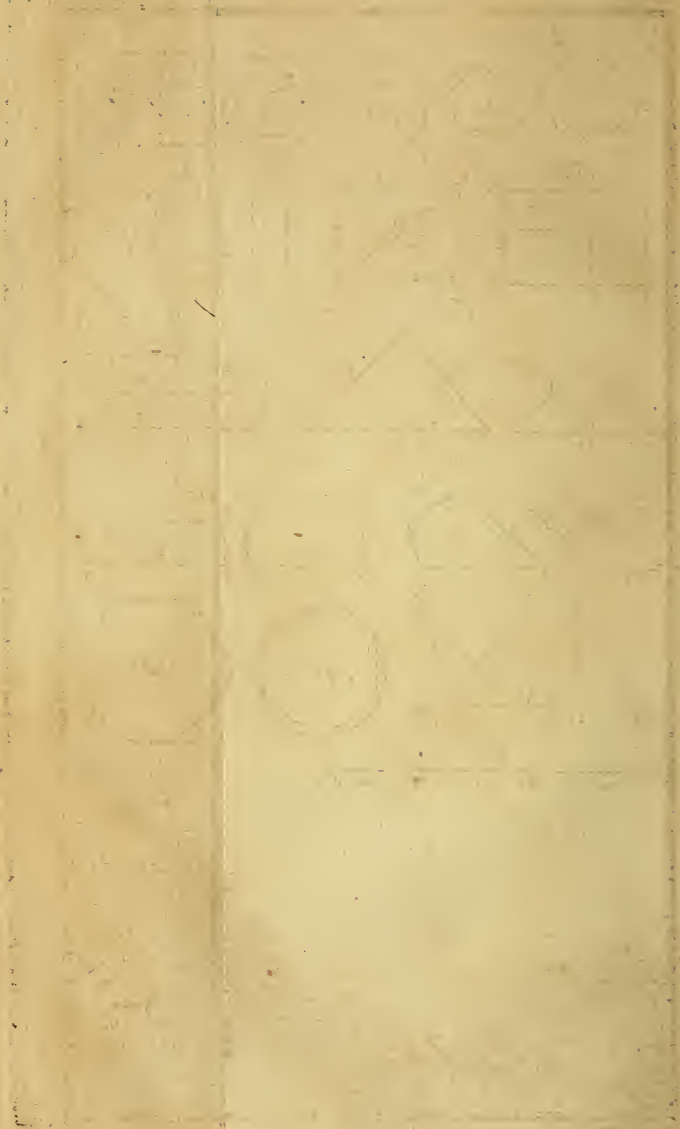


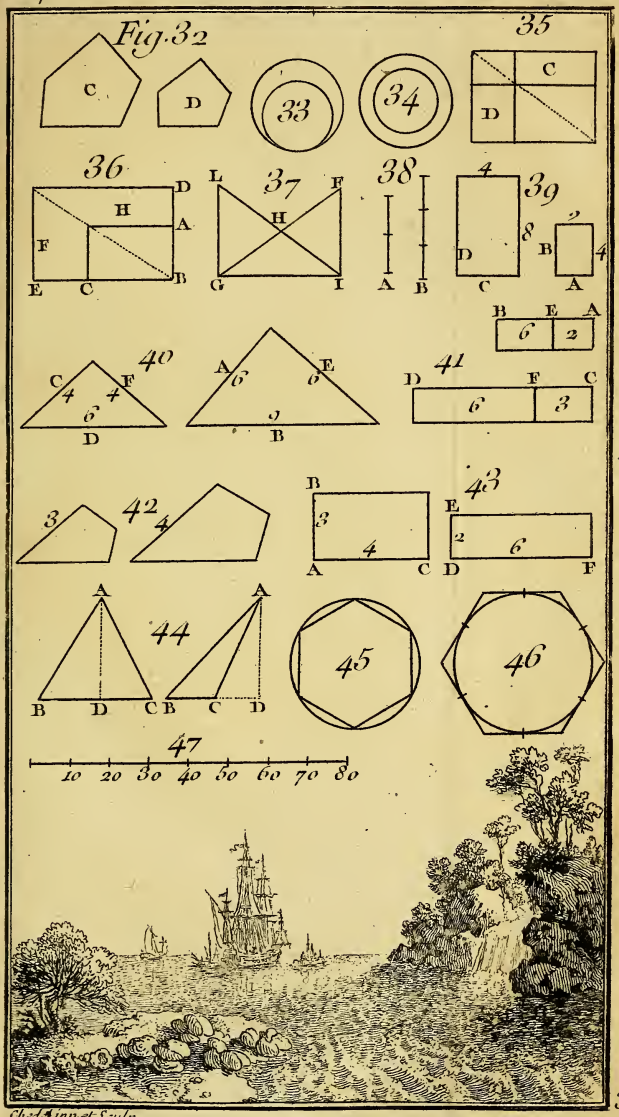


Cochin filius inv. et Sculp.



Cochin filius inv. et Sculp.





Ched. inv. et Sculp.

CHAPITRE II.

DES NOTIONS.

1. LEs rayons d'un cercle ſont égaux, de même que des lignes droites ſont égales, lorſqu'on les a coupées d'une même ouverture de compas. (*Fig.* 1.)

2. Les plans qui conviennent entr'eux, ſont égaux & ſemblables. (*Fig.* 2.)

Par exemple, on conclura naturellement que les plans O, S, *ſont égaux & ſemblables, s'ils conviennent entr'eux; c'eſt-à-dire, ſi étant poſés l'un ſur l'autre, ils ſe trouvent avoir une même étendue, par l'égalité de toutes leurs parties.*

3. Les quantités qui ſont égales à une même, ſont égales entr'elles.

Les quantités A *&* C, *qui ſont égales à la quantité* B, *ſont égales entr'elles.*

A.	B.	C.
8.	8.	8.

4. Si on ajoute des quantités égales à d'autres quantités égales; celles qui en ſeront compoſées ſeront auſſi égales.

Les quantités égales A, *jointes aux égales* B, *produiſent les égales* C.

A.	4.	4.	4.
B.	3.	3.	3.
C.	7.	7.	7.

5. Si de plusieurs quantités égales, on ôte des quantités égales, celles qui resteront seront aussi égales.

Otant les quantités égales B, *des égales* A, *restent les égales* C.

A.	6.	6.	6.
B.	2.	2.	2.
C.	4.	4.	4.

6. Les quantités qui sont moitié, doubles, ou triples d'une même, ou de plusieurs égales, sont égales; *ou bien*, des quantités sont égales, si elles sont en même raison avec une même, ou avec plusieurs égales: & une même ou plusieurs égales, sont en raison pareille avec des quantités égales.

Par exemple, les nombres B, C, *qui sont chacun double du nombre* A, *sont égaux, 4 étant égal à 4: de plus, le nombre* A *est au nombre* B, *comme au nombre* C, *puisqu'il est soudouble de l'un, comme il est soudouble de l'autre.*

A.	B.	C.
2.	4.	4.

7. Des quantités sont égales, lorsqu'elles en ont d'égales avec une même.

Le nombre A, *vaut dix avec le nombre* B, *de même qu'avec le nombre* C, *parce que les nombres* B & C, *sont égaux.*

B. A. C,
8. 2, 8,

La proportion inverſe.

8. Si quatre quantités ſont proportionnelles, la premiére étant à la ſeconde, comme la troiſiéme à la quatriéme; il y aura même raiſon de la ſeconde à la premiére, que de la quatriéme à la troiſiéme.

La premiére quantité A *eſt moitié de la ſeconde* B, *comme la troiſiéme* C, *eſt moitié de la quatriéme* D: *auſſi la ſeconde eſt double de la premiére, comme la quatriéme eſt double de la troiſiéme.*

A. B. C. D.
2. 4. 3. 6.

La proportion alterne.

9. Si quatre quantités de même eſpéce ſont proportionnelles, elles le ſeront encore étant priſes alternativement.

C'eſt-à-dire, s'il y a même raiſon de la premiére quantité à la deuxiéme, que de la troiſiéme à la quatriéme; il y aura auſſi même raiſon de la premiére à la troiſiéme, que de la deuxiéme à la quatriéme: ce qui eſt évident, car A, *étant deux tiers de* B, *&* C *deux tiers de* D; A *eſt double de* C, *comme* B *eſt double de* D.

A. B. C. D.
8. 12. 4. 6.

La proportion d'égalité.

10. Six quantités étant proportionnelles, telle-

ment que la premiére soit à la deuxiéme, comme la troisiéme à la quatriéme; & la troisiéme à la quatriéme, comme la cinquiéme à la sixiéme, la premiére sera à la deuxiéme, comme la cinquiéme à la sixiéme: *ou bien*, si trois quantités sont entr'elles ainsi que trois autres, la premiére sera à la troisiéme, comme la quatriéme à la sixiéme.

1°. A *est à* B, *comme* C *à* D; & C *est à* D *comme* E *à* F: *aussi* A *est à* B (2 *à* 4) *comme* E *est à* F. (5 *à* 10.)

2°. *Les quantités* G, H, I, *sont entr'elles comme les quantités* K, L, M; & *comme* G *est à* I, (1 *à* 3), K *est à* M, (2 *à* 6), *puisque* 1 *est le tiers de* 3, *comme* 2 *est le tiers de* 6.

A. B; C. D; E. F.
2. 4; 3. 6; 5. 10.

G. H. I: K. L. M.
1. 2. 3: 2. 4. 6.

La proportion de composition.

11. Si plusieurs quantités, ou termes, sont proportionnels, un antécédent sera à son conséquent, comme tous les antécédens, pris ensemble, à tous les conséquens, aussi pris ensemble. Et un antécédent sera à tous les antécédens, pris ensemble, comme son conséquent, à tous les conséquens, aussi pris ensemble.

1°. *Les termes* 3, 9; 2, 6; 1, 3, *sont proportionnels: ainsi comme l'antécédent* A *est au conséquent* B, (3 *à* 9), *les trois antécédens* ACE, *pris ensemble, sont aux trois conséquens* BDF, *aussi*

pris ensemble ; 6 étant le tiers de 18, *comme 3 est le tiers de 9.*

2°. *L'antécédent* E *est aux trois antécédens* A, C, E, (1 *à* 6) *comme le conséquent* F, *aux trois conséquens* B, D, F, (3 *à* 18) ; *un étant six fois en 6, comme 3 est six fois en* 18.

A.	3.	B.	9.
C.	2.	D.	6.
E.	1.	F.	3.
	6.		18.

La proportion de division.

12. Les quantités qui sont proportionnelles étant composées, le sont encore étant divisées. (*Fig.* 3.) *La raison des* AB *à* EB, (10 *à* 6) *est pareille à celle de* CD *à* FD, (20 *à* 12) *aussi y a-t-il même raison de* AE *à* EB, (4 *à* 6) *que de* CF *à* FD, (8 *à* 12.)

13. Les arcs qui mesurent un même angle, ou des angles égaux, sont en même raison avec leurs cercles, & contiennent même nombre de degrés. (*Figure* 4.)

Supposé les angles égaux AEB, CED, *posés l'un sur l'autre, comme n'en faisant qu'un seul ; les cercles* ABI, CDF, *étant décrits du point* E, *il est évident que si, par exemple, l'arc* AB *est de* 60 *dégrés, sixiéme partie de* 360, *& que le reste du cercle soit divisé de* 60 *en* 60 *degrés, par des lignes menées au centre* E, *le petit cercle sera divisé comme le grand en six parties égales : & que comme l'arc* AB *qui mesure l'angle* AEB, *sera la sixiéme*

partie de ſon cercle ABI, *l'arc* CD, *qui meſure l'angle* CED, *ſera auſſi de* 60 *degrés, ſixiéme partie de ſon cercle* CDF.

14. Dans les angles égaux, les arcs décrits d'une même ouverture de compas, ſont égaux; & ſi les arcs ſont égaux, les angles le ſont auſſi. (*Fig.* 5.)

Si, par exemple, les angles BAC, CAD, *ſont égaux, ils ſont meſurés par des arcs* BC, CD, *qui ont même raiſon avec leur cercle; de ſorte que ſi l'arc* BC *eſt de* 40 *degrés,* CD *eſt auſſi de* 40 *dégrés (ſuivant la précédente) & ces degrés étant les parties égales d'un même cercle* BDE, *l'arc* BC *eſt égal à l'arc* CD.

De plus, il s'enſuit avec évidence, que ces arcs étant égaux, les angles BAC, CAD, *qui ſont meſurés ſont auſſi égaux.*

15. Lorſque deux lignes droites & paralleles ſe terminent ſur une autre ligne droite, les angles qu'elles font de même part ſont égaux. (*Fig.* 6.)

On connoît naturellement que les lignes AB, CD, *étant paralleles, elles ſont inclinées l'une comme l'autre ſur la ligne* GH; *& que les angles qu'elles font de même part, par exemple, les angles* A *&* C, *ſont égaux; & que ſi ces angles étoient inégaux, les lignes* AB, CD, *ſeroient inclinées diverſement & ne ſeroient pas paralleles. Il s'enſuit que,*

16. Les lignes qui tombent ſur une autre faiſant les angles de même part égaux, ſont paralleles.

17. Deux côtés d'un triangle, pris enſemble, ſont toujours plus grands que le troiſiéme.

Le

Le plus court passage d'un point à un autre, est la ligne droite ; ainsi les côtés AC, CB, *qui font un angle, sont plus grands, pris ensemble, que la seule base* AB. (*Fig.* 7.)

18. Une ligne qui tombe sur une autre, fait avec elle deux angles, lesquels, pris ensemble, valent deux droits, c'est-à-dire, 180 dégrés. (*Fig.* 8.)

1°. *Si la ligne* AB *est perpendiculaire sur* DC, *les deux angles* CBA, ABD, *sont droits* (*par la* 10 *du chap. précédent*) *ou par la* 11 *du premier livre d'Euclide.*)

2°. *Supposé la ligne* BE, *les deux angles* DBE, EBC, *qui ont un demi-cercle pour mesure, c'est-à-dire,* 180 *degrés* (*suivant la* 13 *du* 1,) *sont égaux, pris ensemble, aux deux angles droits* CBA, ABD, *qui sont mesurés par les mêmes* 180 *dégrés.*

19. Quand deux lignes droites se coupent, les angles opposés au sommet sont égaux. (par la 15 du premier livre d'Eucl.

Les lignes DE, FG (*Fig.* 9.) *se coupent ; je fais donc voir que les angles* A & B, *opposés au sommet, sont égaux.*

L'angle C *vaut deux angles droits avec l'angle* A, *comme avec l'angle* B, (*suivant la précédente*) *donc les angles* A & B *sont égaux* (*suivant la* 7 *de ce Chapitre,*

20. Une ligne droite qui coupe deux paralleles, fait les angles alternes égaux. (Par la 28 du premier Livre d'Eucl.

La ligne AB (*Fig.* 10.) *coupant les paralleles* HE, DF, *nous disons que les angles alternes* D, H *sont égaux.*

L'angle C *eſt égal à l'angle* D *(par la 15), il eſt auſſi égal à l'angle* H, *ſon oppoſé au ſommet (par la précédente); donc (par la 3) l'angle* D *eſt égal à l'angle* H *ſon alterne.*

De cette notion ſe conclud la ſuivante.

21. Deux lignes droites ſont paralleles, ſi une troiſiéme venant à les traverſer fait les angles alternes égaux.

22. S'il ſe trouve dans un triangle, un angle & deux côtés égaux à un angle & deux côtés pris en même ordre dans un autre triangle, les deux triangles ſont égaux & ſemblables; c'eſt-à-dire, que les côtés & les angles de l'un, ſont égaux aux côtés & aux angles de l'autre. (Par la 4 du premier Livre d'Eucl.)

Premiérement, (Fig. 11.) que les côtés AB, AC *du triangle* ABC, *ſoient égaux aux côtés* DE, DF *du triangle* DEF, *& que l'angle* CAB *ſoit auſſi égal à l'angle* D, *je dis que les deux triangles ſont égaux & ſemblables.*

Si l'angle D *étoit poſé ſur l'angle* CAB, *qui lui eſt égal, les côtés* DE, DF, *tomberoient ſur leurs égaux* AB, AC, *& la baſe* EF *ſe trouveroit ſur la baſe* BC, *ainſi les deux triangles* ABC, DEF, *conviendroient entr'eux; donc ils ſont égaux & ſemblables, (ſuivant la 2.)*

2°. *Suppoſé les côtés* AB, AC, *égaux aux côtés* DE, DF, *& l'angle* B *égal à l'angle* E, *je dis encore que les deux triangles ſont égaux & ſemblables.* Que l'arc GH ſoit décrit du point A & de l'intervalle AC, ou DF ſon égal.

Si l'angle E *étoit poſé ſur l'angle* B, *les lignes*

AB, DE *étant égales, le point* D *seroit sur le point* A, *& la ligne* DF *tomberoit préciſément ſur ſon égale* AC; (*car plus haut, comme en* AG, *elle ne joindroit pas la baſe* BC, *ou elle en ſeroit coupée ſi elle ſe trouvoit plus bas, comme en* AH); *ainſi les trois points* D, E, F, *ſe trouveroient ſur les trois points* A, B, C; *donc les deux triangles ſont égaux & ſemblables.*

23. Deux triangles qui ont leurs côtés égaux, ſont équiangles, ſemblables & égaux. (Par la 8 du 1 d'Eucl.)

1°. *Que les côtés du triangle* ABC (*Fig.* 12.) *ſoient égaux aux côtés du triangle* DEF, *je dis premiérement que les deux triangles ont auſſi les angles égaux, c'eſt-à-dire, que les angles de l'un ſont égaux aux angles de l'autre, & je le démontre.*

Si on ſuppoſe ſeulement les côtés AB, AC, *égaux aux côtés* DE, DF; *mais l'angle* A *égal à l'angle* D: *il s'enſuivra* (*par la précédente*), *que la baſe* BC *ſera égale à la baſe* EF: *or les baſes* BC, EF, *ſont établies égales, donc les angles* A *&* D *ſont égaux. Et la même démonſtration ſe fera des autres angles.*

2°. *Ces triangles ayant leurs côtés & leurs angles égaux, ils conviendront en toutes leurs parties ſi on les poſe l'un ſur l'autre; donc ils ſont équiangles, égaux & ſemblables.*

De cette notion on tire la ſuivante.

24. Dans les triangles égaux & ſemblables, les angles égaux ſont oppoſés aux côtés égaux. (Par la 5 du 1 d'Eucl.)

25. Dans le triangle iſoſcele, les angles oppoſés aux côtés égaux, ſont égaux.

Le triangle ABC *eſt iſoſcele*, (*Fig.* 13.) *j'ai donc à faire voir que les angles* A *&* B, *oppoſés aux côtés* AC, *ſont égaux* BC, *égaux.*

Que la baſe AB *ſoit diviſée en deux également par la ligne* DC, *les deux triangles* E, F, *ſeront équiangles ;* (*par la* 23.) *car les côtés de l'un ſeront égaux aux côtés de l'autre ; donc* (*par la précédente*) *les angles* A *&* B, *oppoſés au côté commun* DC, *ſont égaux.*

D'où il s'enſuit que,

26. Si deux lignes AC, BC, s'inclinent l'une vers l'autre par des angles égaux ſur une troiſiéme, elles font un triangle iſoſcele.

27. Le côté prolongé d'un triangle, fait un angle extérieur, qui eſt égal aux deux intérieurs oppoſés.

Que la baſe AB *du triangle* ABC, (*Fig.* 14.) *ſoit prolongée vers* G ; *je dis que l'angle* CBG, *qu'on appelle* extérieur, *eſt égal aux deux intérieurs oppoſés* A *&* C. (*Par la* 32 *du* 1 *d'Eucl.*)

J'ai tiré EF *parallele à* AC, *ainſi l'angle* E *eſt égal à l'angle* A, (*par la* 15), *&* (*par la* 20) *l'angle* D, *l'eſt à ſon alterne* C. *Donc le ſeul* CBG *eſt égal aux intérieurs oppoſés* A *&* C. Il s'enſuit que,

28. L'angle extérieur d'un triangle, eſt toujours plus grand que l'un ou l'autre des intérieurs oppoſés, (par la 16 du 1.)

29. Les trois angles d'un triangle valent deux angles droits ou 180 dégrés. (Par Corroll. 1 de la 32 du 1 d'Eucl.)

Les angles A *&* C, (*Fig.* 25.) *pris enſemble, ſont égaux à l'angle extérieur* D, (*par la* 27.) *les angles* B,

D, *valent deux angles droits, ou* 180 *dégrés (par la* 18) : *donc les angles* B, A, C, *valent auſſi deux angles droits, ou* 180 *dégrés.* Il s'enſuit que,

30. 1°. Les trois angles d'un triangle valent autant, pris enſemble, que les trois angles d'un autre triangle.

31. 2°. Si deux triangles ont deux angles égaux, ils ſont équiangles.

C'eſt-à-dire, par exemple, (Fig. 16.) *que ſi les angles* A *&* B *du triangle* ABC *ſont égaux aux angles* D *&* E *du triangle* DEF, *l'angle* C *eſt auſſi égal à l'angle* F.

32. 3°. Si un triangle a un angle droit ou obtus, les deux autres ſont aigus. (Par Coroll. 1 de la 17 du 1 d'Eucl.)

33. Le plus grand angle d'un triangle, eſt oppoſé au plus grand côté. (Par Coroll. 1 de la 19 du 1 d'Eucl.)

Le côté AB *du triangle* ABC, (*Fig.* 17.) *étant plus grand que le côté* BC, *je fais voir que l'angle* ACB, *eſt plus grand que l'angle* A.

J'ai coupé BD *égal au côté* BC, *ainſi le triangle* BCD, *eſt iſoſcele, & les angles* C, D, *ſont égaux (par la* 25.) *Or l'angle* D *qui eſt extérieur, eu égard au triangle* ADC, *eſt plus grand que ſon oppoſé intérieur* A, (*par la* 28) *& l'angle* C *qui eſt égal à l'angle* D, *ne fait que partie de l'angle* ACB; *donc l'angle* ACB *eſt plus grand que l'angle* A.

34. Un triangle qui a un côté & deux angles égaux à ceux d'un autre, lui eſt égal en toutes ſes parties. (Par la 26 du 1 d'Eucl.)

Premiérement, ſuppoſé qu'on trouve dans le triangle A, (*Fig.* 18.) *les angles* B, C, *égaux aux angles* E, F, *du triangle* D: *on conclud* (*par la* 31) *que les deux triangles ſont équiangles.*

2°. *Si l'un des côtés, par exemple la baſe* BC, *eſt égale à la baſe* EF, *il eſt évident que les deux triangles conviendront enſemble étant poſés l'un ſur l'autre; car ſuppoſé la baſe* BC *ſur la baſe* EF, *les côtés* AB, AC, *ſe trouveront auſſi ſur les côtés* DE, DF; *autrement les triangles ne ſeroient pas équiangles; donc le triangle* A *eſt en toutes ſes parties, égal au triangle* D. (*ſuivant la* 2.)

35. Dans une figure de quatre côtés, les quatre angles, pris enſemble, ſont égaux à quatre droits.

Suppoſé la diagonale BD (*Fig.* 19.), *les angles du quadrilatere* AC, *ſont compoſés de ceux des triangles* E, F, *leſquels, pris enſemble, valent quatre droits* (*par la* 29.)

36. Les lignes qui en joignent deux autres égales & paralleles, ſont égales & paralleles, faiſant enſemble un parallélogramme.

Par exemple, que les lignes AB, CD, (*Fig.* 20.) *ſoient égales & paralleles, je trouve que* AC, BD, *qui les joignent, ſont auſſi égales & paralleles.*

1°. *Suppoſé la ligne* AD, *les angles alternes* E, F, *ſont égaux,* (*par la* 20) *& les côtés de l'angle* E *étant égaux à ceux de l'angle* F, *les triangles* ACD, ABD *ſont égaux & ſemblables,* (*par la* 22.) *Les lignes* AC, BD *ſont donc égales.*

2°. *Puiſque les triangles* ACD, ABD, *ſont ſemblables, ils ont* (*ſuivant la* 24) *les angles* G, H, *égaux; leſquels étant alternes,* AC, BD *ſont pa-*

ralleles, (par la 21) & le plan ABCD *eſt un parallelogramme. (ſuivant la 28 du chap. précédent) ou (par la 34 du 1 d'Eucl.)* Il s'enſuit que,

37. Un parallélogramme eſt coupé en deux également par ſa diagonale. (Par la 34 du 1 d'Eucl.)

38. Un parallélogramme a ſes angles & ſes côtés oppoſés aux égaux, (Par la 34 du 1 d'Eucl.)

Je dis que les angles oppoſés A, D; B, C; *du parallélogramme* AD, (*Fig. 21.*) *ſont égaux: comme auſſi ſes côtés oppoſés* AB, CD: AC, BD. Que le côté CD ſoit prolongé vers F, & le côté AB vers E.

1°. *Les lignes* AB, CD, AC, BD, *étant paralleles, l'angle* E *eſt égal à ſon alterne* D, (*par la 20*) *il eſt auſſi égal à l'angle* A, *qui eſt de même part;* (*par la 15*) *donc* (*par la 3*) *les angles* A, D, *ſont égaux. De plus, l'angle* D *eſt égal à l'angle de même part* F, *comme à l'angle* E *ſon alterne: ainſi les angles* E, F, *ſont égaux: les angles* C, F *valent deux angles droits, de même que les deux angles* B, E; (*par la 18*) *donc* (*par la 5*) *les angles oppoſés*, B, C, *ſont auſſi égaux.*

2°. *Si la ligne* AC *couloit d'une même ouverture d'angle entre les paralleles* CD, AB; *il eſt évident que le point* A, *n'arriveroit pas plutôt ſur le point* B, *que toute la ligne* AC, *ſe trouveroit ſur ſa parallele* BD; *& que le point* C, *auroit fait autant de chemin dans la ligne* CD, *que le point* A, *en auroit fait dans la ligne* AB; *donc les lignes* AB, CD, *ſont égales, &* (*par la 36*) AC, BD, *le ſont auſſi.* Il s'enſuit que,

39. Un plan de quatre angles eſt parallélogramme ſi les côtés oppoſés ſont égaux.

40. Les parallélogrammes qui ſont ſur une même baſe & entre les mêmes paralleles, ſont égaux. (Par la 35 du 1 d'Eucl.)

Les parallélogrames BC, AF, (*Fig.* 22.) *ſont ſur une même baſe* AB, *& entre les mêmes paralleles* AB, CF; *j'ai donc à faire voir qu'ils ſont égaux.*

Dans les parallélogrammes, les côtés oppoſés ſont égaux (ſuivant la 38), *ainſi les lignes* AC, AE *ſont égales aux lignes* BD, BF; *&* AB *l'eſt à* CD, *de même qu'à* EF; *de plus,* CD *l'eſt à* EF (*par la* 3) *&* CE *à* DF (*par la* 4.)

Les lignes AC, CE, AE, *étant donc égales aux lignes* BD, DF, FB; *les triangles* ACE, BDF, *ſont égaux (par la* 23) *deſquels ſi on ôte le commun* G, *le quadrilatere* H *reſtera égal au quadrilatere* I (*par la* 5); *mais ſi à ces quadrilateres on redonne le petit triangle* O, *le parallélogramme* ABCD, *ſera égal au parallélogramme* ABEF.

De cette notion on conclud la ſuivante.

41. Les parallélogrammes de même hauteur, (*Fig.* 23.) faits ſur des baſes égales, ſont égaux. (Par la 36 du 1 d'Eucl.)

42. Les triangles décrits ſur une même baſe, & entre les mêmes paralleles, ſont égaux. (Par la 37 du 1 d'Eucl.)

Les triangles ABC, ABD, (*Fig.* 24.) *ſont ſur une même baſe* AB, *& ſe terminent entre les mêmes paralleles* CF, AB: *ainſi il faut prouver leur égalité; pour cela, qu'on ſuppoſe* BE *parallele à* AC, *&* BF *parallele à* AD.

Les

Les parallélogrammes ABCE, ABDF, *sont égaux* (*par la* 40) *les triangles proposés* ABC, ABD, *sont leurs moitiés;* (*suivant la* 37) *donc ils sont égaux.* (*par la* 6.) De plus il est évident que,

43. Les triangles de même hauteur (*Fig.* 25.) faits sur des bases égales, sont égaux. (Par la 38 du 1 d'Eucl.)

44. Si un parallélogramme & un triangle sont sur une même base & entre mêmes paralleles, le parallélogramme est double du triangle. (Par la 41 du 1 d'Eucl.)

Par exemple, (*Fig.* 26.) *que les lignes* AB, CE, *soient paralleles; nous disons que le parallélogramme* ABCD, *est double du triangle* ABE. Tirez la diagonale BC, ou la supposez.

Les triangles ABC, ABE *sont égaux* (*par la* 42), *le parallélogramme* ABCD *est double du triangle* ABC (*par la* 37); *donc il est double de son égal* ABE.

45. Dans tout triangle rectangle, le quarré du côté opposé à l'angle droit, que l'on nomme *hypoténuse*, est égal aux quarrés des deux autres côtés. Et la perpendiculaire abaissée de l'angle droit coupe le quarré opposé en deux rectangles, qui sont entr'eux comme les deux autres quarrés, chaque rectangle étant égal à son quarré. (Par la 47 du 1 d'Eucl.)

L'angle BAC (*Fig.* 27.) *étant droit, on dit que le quarré* BE *est égal aux deux quarrés* O, S, *& supposé la perpendiculaire* AH, *je prouve premiérement que le rectangle* BH *est égal au quarré* O. Tirez les lignes CF, AD.

Les triangles BFC, BDA, *sont égaux* (*par*

la 22), *ils ont les côtés* FB, BC, AB, BD *égaux*; *comme auſſi leurs angles* FBC, ABD; *leſquels ſont chacun compoſés d'un angle droit & du commun* ABC.

Le quarré O *eſt double du triangle* BFC, *& le rectangle* BH *eſt double du triangle* BAD (*par la précédente*); *donc le quarré* O *eſt égal au rectangle* BH. (*par la* 6.)

On fera voir de même que le quarré S *eſt égal au rectangle* GH; *donc le quarré* DC *eſt égal aux deux* O, S, *& ces deux quarrés ſont entr'eux comme les deux rectangles* BH, CH. Il s'enſuit que,

46. Si un triangle rectangle eſt iſoſcele, le quarré du côté oppoſé à l'angle droit, eſt double de chacun des quarrés faits ſur les côtés égaux, (*Fig.* 28.)

47. Les triangles de hauteur égale, ſont entr'eux comme leur baſe. (par Coroll. 1 de la 1 du 6 d'Eucl.)

Suppoſé EF *parallele à* ADC (*Fig.* 29.) *on dit que le triangle* ABE *eſt au triangle* CDF, *comme la baſe* AB *eſt à la baſe* CD; *c'eſt-à-dire, que ſi par exemple, la baſe* AB *eſt double, ou triple, de la baſe* CD, *le triangle* ABE, *eſt double, ou triple, du triangle* CDF.

Suppoſé que la baſe AB *ſoit de* 3 *pieds, la baſe* CD *de* 5, *& que de ces parties on ait mené des lignes aux angles* E, F; *ces lignes diviſeront les triangles propoſés en huit petits triangles, qui ſeront égaux* (*ſuivant la* 43). *Le premier* ABE *en contiendra trois, & le deuxiéme* CDF *cinq: donc les triangles* ABE, CDF, *ſont entr'eux en raiſon de* 3 *à* 5, *comme leurs baſes* AB, CD.

48. Les parallélogrammes de même hauteur, sont en même raison que leur base. (Par la 1 du 6 d'Eucl.)

Le parallélogramme CD, (*Fig.* 30.) *composé de huit triangles égaux, est double du parallélogramme* AB, *composé de quatre; comme la base* CE, *de quatre parties égales, est double de la base* AO, *de deux.*

49. Les trapezes de hauteur égale, sont entr'eux comme leur base, quand leur base est en même raison que les côtés paralleles qui lui sont opposés. (*Fig.* 31.)

Les bases AB, CD, *sont entr'elles comme leurs côtés opposés paralleles* EF, GH: *car* 2 *est à* 3 *comme* 4 *à* 6, *aussi le premier trapeze de six triangles, est au deuxiéme de* 9, *comme la base* AB, *à la base* CD, 2 *à* 3: *six étant deux tiers de neuf, comme quatre sont deux tiers de six.*

50. Les trapezes de même hauteur, dont les bases se trouvent paralleles à leurs côtés opposés, sont entr'eux comme les sommes de leurs côtés paralleles. (*Fig.* 32.)

La somme des côtés paralleles AB, CD, *est* 18, *celle des côtés paralleles* EF, GH, *est* 6; *& comme* 18 *est triple de* 6, *aussi le trapeze* AD, *composé de* 18 *triangles, est triple du trapeze* EH, *composé de* 6.

51. Si dans un triangle, une ligne est parallele à un des côtés, elle divise les deux autres proportionnellement. (Par la 2 du 6 d'Eucl.)

Que la ligne EF (*Fig.* 33.) *soit parallele au côté* BC, *on prouve que le côté* AB, *est coupé en* E, *comme le côté* AC *l'est en* F; *c'est-à-dire, que la raison de*

AE *à* EB, *eſt ſemblable à celle de* AF *à* FC. Suppoſé les lignes CE, BF.

Les triangles EFB, EFC, *ſont égaux* (*par la* 42) & (*par la* 47); *comme* AE *eſt à* BE, *le triangle* AEF *eſt au triangle* BEF *ou* CEF *ſon égal*; *de plus, comme le triangle* AEF *eſt au triangle* CEF, AF *eſt à* FC; *donc* (*par la* 10), *c'eſt-à-dire, par la proportion d'égalité, il y a même raiſon de* AE *à* EB, *que de* AF *à* FC.

Il s'enſuit de la même propoſition, que,

52. La ligne qui diviſe proportionnellement deux côtés d'un triangle, eſt parallele au troiſiéme.

53. Les triangles équiangles ont leurs côtés pareils, ou *homologues*, proportionnels. (Par la 4 du 6 d'Eucl.)

Si les triangles ABC, DCE (*Fig.* 34.) *ſont équiangles, ils ont les côtés proportionnels*; *c'eſt-à dire, que les côtés du premier ſont entr'eux, comme ceux du deuxiéme: je le démontre.*

Que les baſes BC, CE *ne faſſent qu'une ligne droite*; *les angles* ABC, DCE *étant égaux, de même que les angles* ACB, DEC: *les côtés* AB, CD, *ſont paralleles, comme auſſi les côtés* AC, DE (*par la* 16); & BA, ED, *étant prolongés en* F, ACDF *eſt un parallélogramme qui a les côtés* AF, FD, *égaux à leurs oppoſés* CD, CA (*par la* 38). *Cela poſé, venons à notre démonſtration.*

1. *Dans le triangle* BEF, CD *eſt parallele à* BF; *donc* (*par la* 51) *il y a même raiſon de* DE *à* DF, *ou* CA, *ſon égale, que de* CE *à* CB; & *par échange* (*c'eſt-à-dire par la* 9) DE *eſt à* CE, *comme* AC *à* BC.

2. *La ligne* AC *eſt parallele à* EF *: ainſi il y a même raiſon de* AB *à* AF, *ou* CD, *ſon égale, que de* CB *à* CE ; *& par échange* BA *eſt à* BC, *comme* CD *à* CE.

Et enfin par égalité (c'eſt-à-dire par la 10) AB *eſt à* AC, *comme* DC *à* DE : *donc les triangles équiangles ont les côtés proportionnels.* Il s'enſuit que,

54. Les triangles qui ont les côtés proportionnels, ſont équiangles. (Par la 5 du 6 d'Eucl.) *De plus*,

55. Les triangles qui ont les angles égaux, ou les côtés proportionnels, ſont ſemblables.

56. Le triangle rectangle ſe diviſe en deux autres qui lui ſont ſemblables, par la perpendiculaire tirée de l'angle droit ſur le côté oppoſé. (Par la 8 du 6 d'Eucl.)

Suppoſé (Fig. 35.) que la ligne BD *tirée de l'angle droit* ABC, *ſoit perpendiculaire au côté oppoſé* AC, *je prouve que les triangles* ABD, BCD, *ſont ſemblables au triangle rectangle* ABC.

1. *Les triangles* ABC, ABD, *ont l'angle* A *commun, & leurs angles* ABC, ADB *ſont droits ; donc (par la* 31.) *ils ſont équiangles, & ſemblables (par la* 55.)

2. *Les triangles* ABC, BCD, *ſont auſſi ſemblables par la même raiſon, puiſqu'ils ont l'angle* C *commun, & chacun un angle droit.*

57. Deux triangles ſont ſemblables quand ils ont un angle commun, & les côtés oppoſés à cet angle, paralleles. (*Fig.* 36.)

Que DE *ſoit parallele à* BC, *je dis que les triangles* ADE, ABC, *ſont ſemblables.*

Puiſque les lignes BC, DE, *ſont paralleles, l'angle* D *eſt égal à l'angle* B; *l'angle* E *l'eſt à l'angle* C, (*par la 15*) *l'angle* A *eſt commun : ainſi les angles* ABC, ADE, *ont les angles égaux, & ſont ſemblables.* (*par la 55.*)

58. Deux triangles qui ont un angle égal, & les côtés de cet angle proportionnels, ſont ſemblables. (Par la 6 du 6 d'Eucl.)

Si AB *eſt à* AD, (*Fig. 37.*) *comme* AC *à* AE, *les triangles* ABC, ADE, *ſont ſemblables : je le prouve.*

Par la diviſion de raiſon (*c'eſt-à-dire par la 12*), AL *eſt à* BD; *ainſi que* AE *à* EC; *donc* DE *eſt parallele à* BC (*ſuivant la 52*), *& les triangles ſont ſemblables.* (*par la précédente.*)

La même choſe doit s'entendre des triangles ſéparés O *&* P.

59. Deux lignes qui ſe croiſent entre deux paralleles, font deux triangles ſemblables; & ſi une des croiſées eſt coupée en deux également par l'autre, ou que les deux paralleles ſoient égales, les triangles ſont ſemblables & égaux. (*Fig. 38.*)

1. *Les lignes* AE, BD *ſe coupant entre les paralleles* AB, DE: *je dis que les triangles* ABF, CDE, *ſont ſemblables.*

Les angles oppoſés C, F, *ſont égaux* (*par la 19*), *les alternes* AE *le ſont auſſi, de même que les alternes* B, D (*par la 20*); *donc* (*par la 55*) *les triangles* ABF, CDE, *ſont ſemblables.*

2. *Si* AE *eſt coupée en deux également par* BD, *ou* BD *par* AE, *ou que* AB *ſoit égale à ſa parallele* DE; *les deux triangles ſont ſemblables & égaux* (*par la 34.*)

60. Si deux triangles égaux, ont un angle égal à un angle; les côtés qui font cet angle sont réciproquement proportionnels. (par la 15 du 6 d'Eucl.)

Les triangles S, I, (*Fig.* 39.) *étant égaux, & leurs angles au point* B *égaux; on prouve que* AB, *base du premier triangle, est à* DB *côté du second, comme* BE *base du second, est à* BC *côté du premier.* Que AD, CE soient deux lignes droites, & qu'elles fassent avec la ligne CD, le triangle O.

Puisque les triangles S, I, *sont égaux, ils ont même raison au triangle* O, *c'est-à-dire, qu'il y a même raison du triangle* S *au triangle* O, *que du triangle* I, *au même triangle* O; *& ces triangles étant entr'eux comme leurs bases (suivant la* 47) AB, *base du triangle* S, *est à* BD, *base du triangle* O: *comme* BE, *base du triangle* I, *est à* BC, *base du même triangle* O; *donc les triangles proposés* S, I, *ont les côtés réciproquement proportionnels (suivant la* 74 *du chap. précéd.)* Il s'ensuit que,

61. Deux triangles sont égaux, s'ils ont un angle égal, & les côtés de cet angle, réciproques.

62. Quatre lignes étant proportionnelles, le rectangle compris sous les extrêmes, est égal au rectangle compris sous les moyennes. (par la 16 du 6 d'Eucl.)

Que AB *soit à* BC, (*Fig.* 40.) *comme* BD *à* BE, *le rectangle* AE *compris sous les extrêmes* AB, BE, *est égal au rectangle* BH, *compris sous les moyennes* BC, BD: *je le fais voir.*

Que les lignes A, B, C fassent une ligne droite, de

même que les lignes D, B, E ; & que BF soit un rectangle produit par la continuité des lignes GE, HC.

Il y a même raison du rectangle AE *au rectangle* BF ; *que de la base* AB *à la base* BC ; *& du rectangle* BH *au rectangle* BF, *que de la base* BD *à la base* BE (*par la* 48) ; *la raison de la base* AB *à la base* BC, (12 *à* 8) *est comme celle de la base* BD *à la base* BE, (3 *à* 2) ; *ainsi, il y a même raison du rectangle* AE *au rectangle* BF, *que du rectangle* BH, *au même rectangle* BF ; *donc* (*par la* 6) *les rectangles* AE, BH *sont égaux. Aussi contiennent-ils chacun vingt-quatre petits quarrés égaux.*

63. Les rectangles égaux, ont les côtés réciproques.

Les rectangles, AE, DC (*même Fig.* 40.) *sont égaux ; nous l'avons prouvé : & comme* AB *est à* BC, (12 *à* 8) BD *est à* BE, (3 *à* 2) *ou ce qui est la même chose, comme* AB *est à* BD, (12 *à* 3) BC *est à* BE, (8 *à* 2). *Ainsi l'antécédent de la premiere raison, & le conséquent de la seconde, se trouvent dans le premier rectangle* AE : *donc les rectangles égaux* AE, BH *ont les côtés réciproques* (*suivant la* 73 *du chap. précéd.*)

64. Trois lignes étant proportionnelles, le rectangle compris sous les extrêmes, est égal au quarré fait sur la moyenne ; & si le quarré est égal au rectangle, les lignes sont proportionnelles. (par la 17 du 6 d'Eucl.)

1. *Que les lignes* A, B, C, (*Fig.* 41.) *soient proportionnelles, le rectangle* BC, *compris sous les extrêmes* A,

A, C, *est égal au quarré* BE, *fait sur la moyenne* B, *je le prouve.*

Comme A *est à* B, *ou* E, *son égale, ainsi* B *à* C: *donc (par la 62) le rectangle* AC *est égal au quarré* BE.

2. *Le quarré & le rectangle étant égaux, ils ont les côtes réciproques (par la 63.): ainsi comme* A *est à* E, *ou* B, *son égale,* B *est à* C.

65. Les complemens, ou supplémens d'un parallélogramme sont égaux. (Par la 43 du 1 d'Eucl.)

Que les supplémens FH, GI. (*Fig.* 42.) *soient égaux; je le démontre.*

Les trois parallélogrammes AD, HI, FG, *sont coupés chacun en deux triangles égaux par la diagonale* BC (*suivant la 37*); *donc si des triangles égaux* ABC, BCD, *on soustrait les égaux* BHE, BIE, CEF, CEG: *les supplémens* FH, GI, *resteront égaux. (par la 5.)*

66. Les triangles semblables sont en raison doublée, ou, ce qui est la même chose, ils sont entr'eux, comme les quarrés de leurs côtés homologues. (Par la 19 du 6 d'Eucl.)

Supposé (Fig. 43.) *les triangles semblables* ABC, DEF, *on dit qu'ils sont en raison doublée de leurs côtés homologues* BC, EF: *de sorte que si une ligne* GH *est à* EF, *comme* EF *à* BC: ABC *sera au triangle* DEF, *comme la base* BC, *à la troisième proportionnelle* GH. Que BI soit coupée égale à GH.

Les angles B, E *sont égaux, puisque les triangles* ABC, DEF *sont semblables; &* AB *est* DE, *comme* BC *à* EF (*par la 53*): *de plus, com-*

me BC *eſt à* EF, EF, *eſt à* GH, *ou* BI *ſon égale: ainſi, comme* AB *eſt à* DE, EF *eſt à* BI (*par la* 10), *les triangles* ABI, DEF, *ont donc les côtés réciproques autour des angles égaux* B, E, & (*par la* 61) *ils ſont égaux. Mais le triangle* ABC *a même raiſon à* ABI, *que* BC *à* BI, *ou* GH, *ſon égale* (*par la* 47); *donc* ABC *eſt à* ABI, *ou* DEF, *ſon égal, comme* BC *à* GH: *de ſorte que ſi* BC *étoit double, moitié, ou triple de* GH, *le triangle* ABC *ſeroit double, moitié, ou triple du triangle* DEF: BC *eſt quadruple de* GH; *donc* ABC *eſt quadruple du triangle* DEF, *de même que le quarré* BL *eſt quadruple du quarré* EM (*Fig.* 43.)

Les 16 *petits quarrés égaux compris dans le quarré* EM, & *les* 64 *compris dans le quarré* BL, *font voir que le quarré* BL *eſt quadruple du quarré* EM, 16 *étant le quart de* 64.

67. Si trois triangles ont leurs baſes proportionnelles, & que le premier & le troiſiéme ſoient de même hauteur; le deuxiéme ſera égal au dernier s'il eſt ſemblable au premier; mais au contraire, s'il eſt ſemblable au dernier, il ſera égal au premier.

Suppoſé les trois baſes proportionnelles AB, BC, CD, (*Fig.* 44.) & *les triangles* ABE, CDG *de même hauteur; je dis premiérement que le triangle* F *conſtruit ſur la moyenne, eſt égal au triangle* G, *parce qu'il eſt ſemblable au triangle* E.

Puiſque les triangles ABE, BCF *ſont ſemblables, ils ſont en raiſon doublée de leurs baſes; c'eſt-à-dire, qu'il y a même raiſon du triangle* ABE *au triangle* BCF, *que de la baſe* AB *à la troiſiéme proportionnelle* CD (*ſuivant la précédente.*); *or il y a*

même raiſon du triangle ABE *au triangle* CDG, *que de la baſe* AB *à la baſe* CD (*par la* 47); *ainſi le triangle* ABE, *a même raiſon au triangle* BCF, *qu'au triangle* CDG; *donc* (*par la* 6) *les triangles* BCF, CDG, *ſont égaux.*

Secondement, je prouve que le triangle F, (*Fig.* 45) *qui eſt ſemblable au triangle* G, *eſt égal au triangle* E.

Le triangle CDG *eſt à ſon ſemblable* BCF, *comme ſa baſe* CD *à la troiſiéme proportionnelle* AB : *& comme* CD *eſt à* AB, *le triangle* CDG *eſt au triangle* ABE (*ſuivant la* 47); *donc le triangle* G *a même raiſon au triangle* F, *qu'au triangle* E; *donc les triangles* ABE, BCF, *ſont égaux.*

68. Les poligones ſemblables, ſe diviſent en des triangles ſemblables (Par la 20 du 6 d'Eucl.)

Que les poligones BE, GK (*Fig.* 46.) *ſoient ſemblables, je dis que les triangles de l'un, ſont ſemblables aux triangles de l'autre.*

Les poligones étant ſemblables, les angles B, G *ſont égaux, &* AB *eſt à* BC, *comme* FG *à* GH, (*ſuivant la* 71 *du chap. précéd.*) *donc les triangles* ABC, FGH *ſont ſemblables* (*par la* 58), *&* AC *eſt à* CB *comme* FH *à* HG. *De plus, comme* BC *eſt à* CD, GH *eſt à* HI; *donc par égalité, comme* AC *eſt à* CD, FH *eſt à* HI; *& les angles égaux* BCA, GHF, *étant ſouſtraits des égaux* BCD, GHI: *les angles* ACD, FHI, *reſtent égaux. Donc les triangles* ACD, FHI *ſont encore ſemblables,* (*par la même* 58): *& par conſéquent, comme* AD *eſt à* DC, FI *eſt à* IH; *mais comme* CD *eſt à* DE, HI *eſt à* IK; *donc, par égalité, comme* AD *eſt à* DE, FI *eſt à* IK,

& les angles ADE, FIK *étant égaux, puiſqu'ils reſtent des égaux* CDE, HIK, *deſquels ſont ſouſtraits les égaux* ADC, FIH, *les triangles* ADE, FIK, *ſont auſſi ſemblables.*

69. Les poligones ſemblables ſont en raiſon doublée, ou ce qui eſt le même, ils ſont entr'eux comme les quarrés de leurs côtés homologues. (par la 20 du 6 d'Eucl.)

Les poligones ABCDE, FGHIK (*Fig.* 47.) *ſont ſemblables ; il faut donc prouver qu'ils ſont en raiſon doublée de leurs côtés homologues, par exemple, de leurs baſes* CD, HI. Que la ligne L ſoit à IF, comme IF à DA.

Les triangles O, R, *ſont ſemblables aux triangles* P, S (*par la précédente*). *Les triangles* R, S, *étant ſemblables, ils ſont en raiſon doublée de leurs côtés homologues ; c'eſt-à-dire, que le triangle* R *eſt au triangle* S, *comme ſon côté* AD *eſt à la troiſiéme proportionnelle* L (*par la 66*). *Par la même raiſon, le triangle* O *eſt au triangle* P, *comme le même côté* AD *eſt à la même troiſiéme proportionnelle* L. *Il y a donc même raiſon du triangle* R *au triangle* S, *que du triangle* O *au triangle* P ; *& en compoſant, comme le triangle* O *eſt au triangle* P, *les deux triangles* O, R, *c'eſt-à-dire, le quadrilatere* ACDE, *eſt aux triangles* P, S, *c'eſt-à-dire, au quadrilatere* FHIK (*par la* 11.)

La même démonſtration ſe fera des quadrilateres ABCD, FGHI: *& enfin (par la même* 11) *on conclura que les poligones* BE, GK, *ſont entr'eux comme les triangles* O, P, *leſquels étant en raiſon doublée de leurs baſes* CD, HI, *les poligones*

BE, GK, *ſont auſſi en raiſon doublée des mêmes baſes.*

De plus, les quarrés DT, IV, *ſont entr'eux comme les triangles* O, P, *(par la 66), donc les poligones* BE, GK, *qui ſont entr'eux comme ces Triangles, ſont entr'eux comme les quarrés.*

70. Les parties d'un poligone ſont entr'elles, comme les parties d'un autre poligone ſemblable. (*Fig.* 48.)

Les poligones BO, DP *ſont ſemblables; je dis donc que les triangles* G, H, I, *ſont entr'eux comme ſont les triangles du deuxiéme,* L, M, N.

Puiſque les poligones ſont ſemblables, leurs triangles ſont auſſi ſemblables : ainſi les triangles G, L, *ſont en raiſon doublée de leurs côtés homologues* AE, CF *(ſuivant la 66); les triangles* H, M, *ſont auſſi en raiſon doublée des mêmes côtés* AE, CF*: donc il y a même raiſon du triangle* G *au triangle* L, *que du triangle* H *au triangle* M; *&* (*par échange*) *le triangle* G *eſt au triangle* H, *comme le triangle* L *au triangle* M. *Par la même raiſon le triangle* H *eſt au triangle* I, *comme le triangle* M *au triangle* N.

De plus (*par égalité*) G *eſt à* I, *comme* L *à* N *&* (*en compoſant*) *comme le triangle* G *eſt au quadrilatere* HI, *le triangle* L *eſt au quadrilatere* MN.

71. Si on décrit des poligones ſemblables ſur les côtés d'un triangle rectangle; le plus grand, *c'eſt-à-dire*, celui qui aura pour baſe le côté oppoſé à l'angle droit, ſera égal aux deux autres. (par la 31 du 6 d'Eucl.)

L'angle C, (*Fig.* 49) *du triangle* ABC *eſt droit*' *ainſi j'ai à prouver que le poligone* F, *eſt égal aux deux poligones* D, E, *qui lui ſont ſemblables.*

Les poligones ſemblables D, E, F *ſont entr'eux comme les quarrés de leurs baſes ou côtés homologues* AB, BC, CA (*par la* 69), *le plus grand quarré* G, *eſt égal aux deux petits* H, I (*par la* 45); *donc le plus grand poligone* F, *eſt égal aux deux petits* D, E.

72. Une ligne droite touche un cercle & ne le coupe pas, ſi elle eſt perpendiculaire à l'extrémité, du diamétre. (Par Coroll. 1. de la 16 du 3 d'Eucl.)

La droite AB (*Fig.* 50) *étant perpendiculaire à l'extrémité du diamétre* AO, *il eſt évident qu'elle touche le cercle, mais qu'elle ne le coupe pas, même étant continuée vers* E; *c'eſt ce qu'il faut faire voir: & pour cela qu'on prenne dans cette ligne* AB, *un point comme on voudra, par exemple, le point* D, *& qu'on tire au centre la ligne droite* CD.

Puiſque l'angle BAC *eſt droit, l'angle* ADC *ſera aigu* (*par la* 32), *& la ligne* CD *oppoſée à l'angle droit, ſera plus grande que le rayon* AC *oppoſé à l'angle aigu* (*par la* 33); *donc le point* D *a été pris hors le cercle* (*ſuivant la* 1). *Or la même démonſtration ſe fera de tous autres points de la touchante* BE, *ſi près qu'on le puiſſe prendre du point* A: *donc la droite* BE, *n'entre point dans le cercle.* De plus il s'enſuit que,

73. Le cercle n'eſt touché d'une ligne droite qu'à un ſeul point, & la perpendiculaire tirée de ce point paſſe par le centre du cercle. (Par la 19 du 3 d'Eucl.)

74. Le rayon divise la circonférence du cercle en six parties égales, chacune de 60 degrés. (*Fig.* 51.)

Que la ligne AC *soit tirée égale au rayon* BC, *je dis que l'arc* AC *sera la sixiéme partie de la circonférence du cercle: c'est-à-dire, qu'il sera de* 60 *dégrés, sixiéme partie de* 360.

Supposé le rayon AB. *Le triangle* ABC *est équilatéral, & ses trois angles, qui pris ensemble, valent* 180 *dégrés (suivant la* 29), *sont chacun de* 60: *donc l'arc* AC, *qui est la mesure de l'angle* B, *est de* 60 *degrés.*

75. L'angle du centre est double d'un angle de la circonférence qui a le même arc pour base. (Par la 20 du 3 d'Eucl.)

1. *Dans le cercle* S, (*Fig.* 52) *l'angle du centre* CAD, *& l'angle* CBD *de la circonférence, ont un même arc* CD *pour base; j'ai donc à prouver que le premier est double du deuxiéme.*

Les droites AB, AC, *sont égales, ainsi le triangle* ABC *est isoscele, & ces angles* B, C, *sont égaux (par la* 25), *l'angle* A *est égal aux deux* B & C (*par la* 27); *donc il est double du seul* B.

2. *Dans le cercle* T, *l'angle* CAE *est encore double de l'angle* CBE; *car supposé la ligne* BAD *traversant le centre* A, *l'angle* CAD *est double de* CBD, & DAE *l'est de l'angle* DBE, *par le cas précédent.*

Enfin l'angle du centre FGH (*Fig.* 53), *est aussi double de l'angle* FIH, *qui est à la circonférence; car supposé la ligne* IGN, *l'angle* NGH *sera double de l'angle* NIH; & *l'angle* NGF *le sera*

de l'angle NIF (*par le premier cas*) ; *ſi donc vous ôtez l'angle* NGF *de l'angle* NGH, *& l'angle* NIF *de l'angle* NIH : *reſtera l'angle* FGH *double de l'angle* FIH.

76. Les angles qui ſont dans un même ſegment de cercle, ou dans des ſegmens égaux, ou ſemblables, ſont égaux. (par la 21 du 3 d'Eucl.)

Les angles ADB, AEB (*Fig.* 54.), *compris dans le même ſegment* ACB, *ſont chacun moitié de l'angle du centre* AFB (*par la précédente*) ; *donc ils ſont égaux* (*par la* 6). *Et la même choſe eſt évidente à l'égard des angles qui ſont dans des ſegmens égaux.*

Mais ſuppoſé les deux cercles concentriques IKM, NOP (*Fig.* 55) ; *les arcs* N, O ; I, K, *étant compris dans l'angle commun* IRK, *le premier eſt à ſon cercle, ce que le deuxiéme eſt au ſien* (*par la* 13) : *ainſi les ſegmens décrits ſur les deux cordes* IK, NO *ſont ſemblables quoiqu'inégaux.*

Or que les angles qui ſont dans le grand ſegment IMK, *comme ceux qui ſont dans le petit* NPO, *ſoient égaux ; il eſt évident* (*par la* 6), *puiſque chacun de ſes angles eſt moitié de l'angle* R *qui eſt au centre.*

77. L'angle inſcrit dans le demi-cercle eſt droit (par la 31 du 3 d'Eucl.)

L'angle ACB (*Fig.* 56) *eſt dans un demi-cercle ; je dis donc qu'il eſt droit, & je le prouve.* Que la ligne DE ſoit abaiſſée perpendiculairement du centre D, les angles au point D ſeront droits.

L'angle droit ADE *eſt double de l'angle* ABC ; *l'angle droit* BDE *eſt auſſi double de l'angle* BCE

(*par*

(*par la 75*); *donc les angles* ACE, BCE *ſont chacun demi-droit; & l'angle* ACB *qui en eſt compoſé eſt droit.*

78. Un quadrilatere inſcrit dans un cercle, a ſes angles oppoſés égaux à deux droits. (par la 22 du 3 d'Eucl.)

Que les angles oppoſés BAD, BCD, (*Fig.* 57.) *du quadrilatere* AB, CD *ſoient égaux à deux droits. Voici comme on le démontre.*

Suppoſé les lignes droites AC, BD, *l'angle* P *eſt égal à l'angle* O; *& l'angle* S *l'eſt à l'angle* R (*par la* 76). *L'angle* BAD, *vaut deux angles droits avec les angles* O, R (*par la* 29); *donc il vaut deux angles droits avec leurs égaux* S, P, *ou le ſeul* BCD.

79. La tangente & la ſécante font au point de l'attouchement, des angles égaux à ceux des ſegmens alternes. (par la 32 du 3 d'Eucl.)

1. *Que la ligne* GB, (*Fig.* 58.) *touche le cercle au point* A; *on prouve que l'angle* BAC, *fait de la tangente* AB *& de la ſécante* AC, *eſt égal à l'angle du ſegment alterne* AHC. *Suppoſé le diamétre* AD, *il ſera perpendiculaire à la tangente* AB. (*ſuivant la* 73.)

L'angle ACD *eſt droit* (*par la* 77), *& l'angle* DAC *qui avec l'angle* D *vaut un droit* (*par la* 29), *vaut auſſi un droit avec l'angle* BAC; *puiſque* AD *eſt perpendiculaire ſur* AB: *donc l'angle* BAC *eſt égal à l'angle* D (*ſuivant la* 7), *& par conſéquent à l'angle* H *qui eſt égal à l'angle* D. (*par la* 76.)

2. *Je prouve que l'angle* GAC, *eſt auſſi égal à l'angle du ſegment alterne* AEC. (*Fig.* 59.)

L'angle D *avec l'angle* E *vaut deux angles droits* (*par la* 78), *de même que l'angle* BAC *avec l'an-*

gle CAG (*par la* 18). *Les angles* ADC, BAC, *ſont égaux; nous venons de le prouver : donc les angles* GAC, AEC, *le ſont auſſi.*

80. Les arcs égaux, ont des cordes égales. (par la 29 du 3 d'Eucl.)

Les arcs BC, CD, (*Fig.* 60.) *ſont ſuppoſés égaux; je dis donc que leurs cordes, qui ſont les droites* BC, CD, *ſont égales.* Soit tiré du centre A les rayons AB, AC, AD.

Puiſque les arcs BC, CD, *ſont égaux, les angles* E, F, *faits au centre du cercle, ſont égaux* (*par la* 14); *les rayons* AB, AC, AD, *ſont auſſi égaux : donc les triangles* ABC, ACD *ont les côtés égaux* (*par la* 22 *& par la* 24), *& les cordes* BC, CD, *ſont égales; ce qui étoit à prouver.*

81. Le rayon qui coupe une corde en deux également, coupe l'arc de même. (par la 30 du 3 d'Eucl.)

Si le point E (*Fig.* 61.) *étant le centre de l'arc* ADB, *le rayon* DE *coupe la corde* AB *en deux parties égales; je dis qu'il coupe auſſi l'arc en deux également en* D : *& je le fais voir.*

Suppoſé les rayons AE, BE : *les côtés du triangle* ACE *ſont égaux aux côtés du triangle* BCE; *les triangles* ACE, BCE, *ſont donc ſemblables* (*par la* 23), *& ont les angles* G, H, *égaux* (*par la* 24); *donc les arcs* AD, BD, *qui ſont leurs meſures, ſont égaux.* Il s'enſuit que,

82. La ligne qui coupe en deux également l'arc & ſa corde, eſt un rayon du cercle.

83. La perpendiculaire qui coupe une corde en deux également, paſſe par le centre de l'arc. (par la 3 du 3 d'Eucl.)

Si la perpendiculaire CE, (*Fig* 62.) *la corde* AB *en deux parties égales, je dis qu'elle passe par le centre de l'arc* AB. Tirez les droites AD, BD.

Les lignes AC, CB, *étant égales :* CD *commune : les angles au point* C, *droits : les triangles* ACD, BCD, *sont égaux & semblables* (*par la* 22) ; *ainsi les cordes* AD, BD *sont égales, & ont leurs arcs égaux* (*par la* 80) : *donc l'arc* ADB *est coupé en deux parties égales, de même que sa corde* AB, *& la perpendiculaire* DE *passe par le centre de l'arc.* (*Suivant la* 82.)

84. Si deux cercles égaux se croisent, la ligne droite menée par les points communs de leurs circonférences, coupera en deux également & par des angles droits, la droite menée d'un centre à l'autre. (*Fig.* 63.)

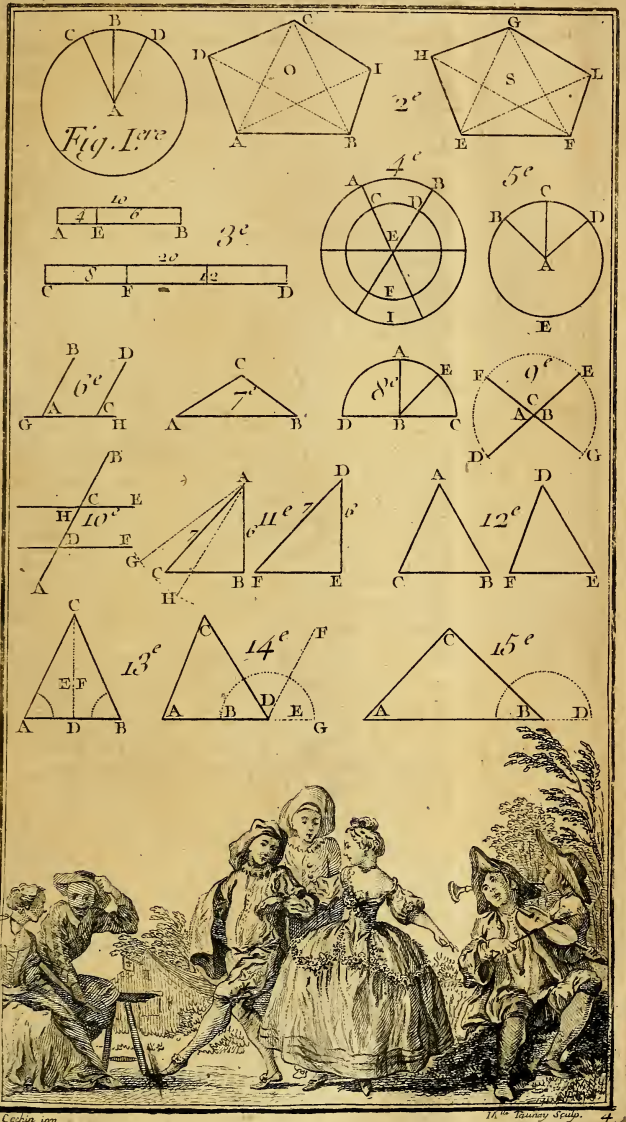
Que les points A, B *soient les centres des cercles égaux* H, I ; *je prouve que la droite* CD *coupe la droite* AB *en deux parties égales, & à angles égaux.*

Les triangles ACD, BCD, *ont les côtés* AC, AD, BC, BD, *égaux, &* CD *commun : donc ils sont semblables* (*par la* 23), *& leurs angles* ACD, BCD, *sont égaux* (*par la* 24). *De plus, les rayons* AC, CB *étant égaux, & la ligne* CE *commune aux angles égaux* ACE, BCE : *les triangles* ACE, BCE, *sont aussi égaux en toutes leurs parties* (*par la* 22). *Donc les lignes* AE, EB *sont égales, & les angles en* E *sont égaux* (*par la* 24), *& droits* (*par la* 9 *du chapitre précédent.*)

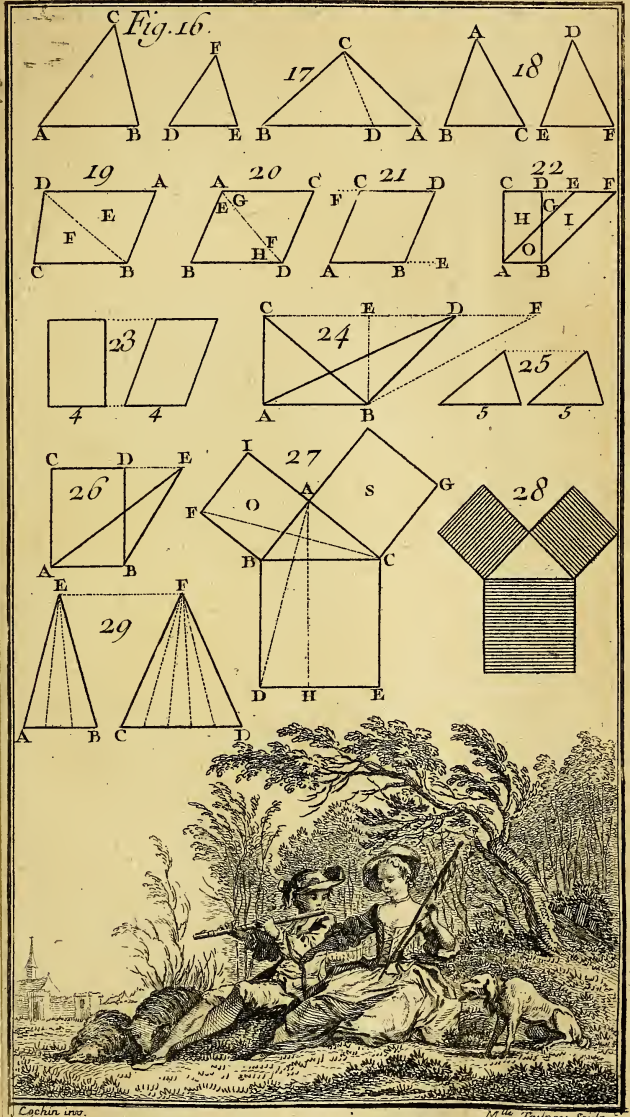
AVERTISSEMENT.

COMME il se trouve diverses citations dans cet Ouvrage, il est bon d'avertir que lorsqu'on verra simplement (*par la* 15) ou (*par la* 22); cela veut dire que l'on renvoye pour la preuve de cette proposition au 15e ou au 22e Article du même Chapitre ou se trouve cette citation dans ce *Traité de Géométrie*. Lorsqu'il y a (*par la* 15 *du* 2). Cela signifie, par la 15e proposition, ou par le 15e Article du Chapitre second de ce même Traité : mais lorsqu'on trouvera (*par la* 47 *du* 1 *d'Eucl.*) ou (*par Coroll.* 1 *de la* 19 *du* 1 *d'Eucl.*) on entend par-là que la proposition dont il s'agit se trouve démontrée par la 47 proposition du premier Livre des *Elémens d'Euclide*, ou bien qu'elle est une suite du Corollaire 1 de la 19 proposition du premier Livre des mêmes *Elémens*. Les autres citations sont trop faciles à entendre pour arrêter le Lecteur. Nous ajouterons seulement, à l'occasion des Elémens d'Euclide, que l'Edition que nous avons suivie est celle du P. Deschalles, corrigée & démontrée de nouveau par *M. Audienne*, & imprimée à Paris, chez *Jombert*, en 1753.

Cette derniere Edition est préférable aux précédentes, non seulement pour l'ordre & la clarté qui regne dans tout l'Ouvrage, ainsi que pour la force & l'exactitude ces nouvelles démonstrations, mais encore par l'utilité ces fréquens usages auxquels l'Auteur a sçu appliquer les propositions qui en étoit susceptibles.



Cochin inv. Th.ne Taunay Sculp. 4



Cochin inv. Mlle Tauinay Sculp.

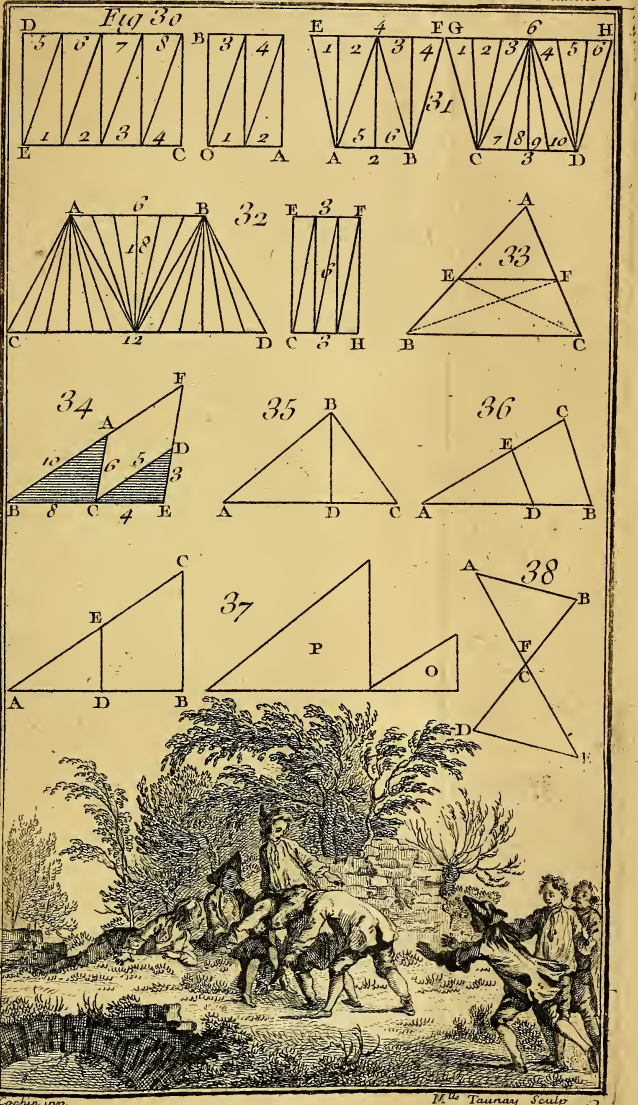


Fig 30
31
32
33
34
35
36
37
38
Cochin inv.
Mlle Taunay Sculp

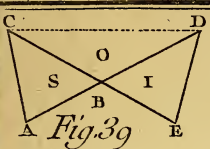
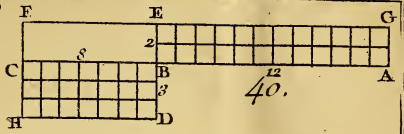
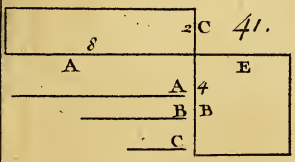


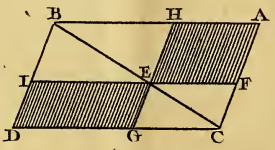
Fig. 39



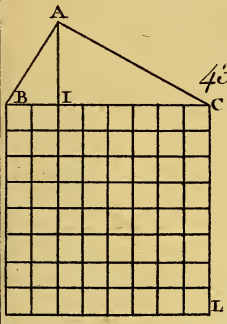
40.



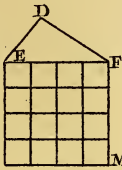
41.

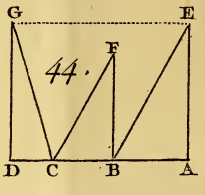


42.

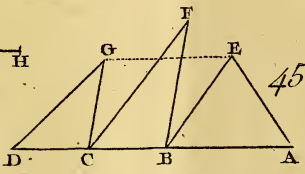


43.





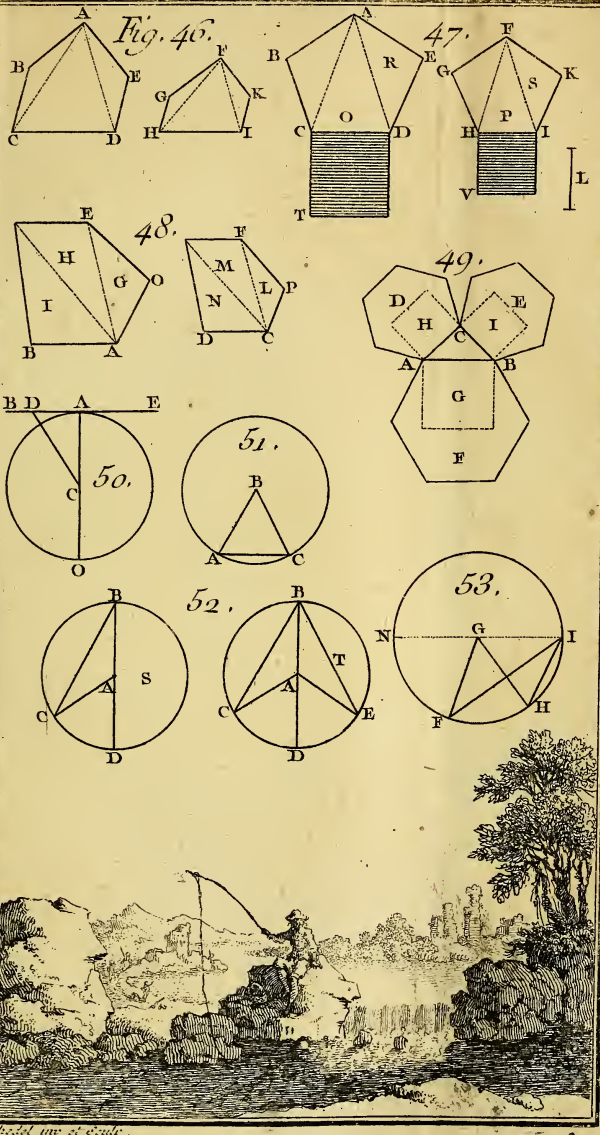
44.



45.

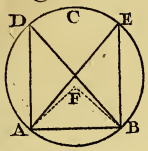
Cochin inv.

M.lle Taunay Sculp. 7.



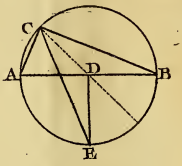
Chedel inv et Sculp.

Fig 54.

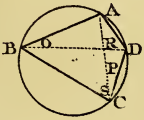


55.

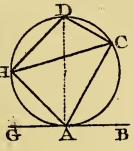
56.



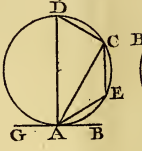
57.



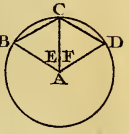
58.



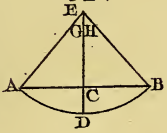
59.



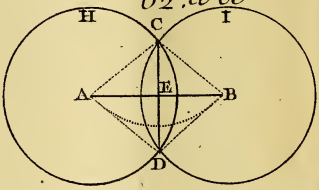
60.



61.



62. et 63



Cochin filius et Sculp.

CHAPITRE III.

DE LA PRATIQUE

Des Lignes, des Angles, & des Figures.

Pour venir à la pratique, il faut être muni d'une régle, d'un compas & d'un rapporteur, qui eſt un demi-cercle de cuivre, ou de corne, diviſé en 180 *degrés : on en peut voir la repréſentation ſur la planche* I. *de ce chapitre, Figure* 10.

PROPOSITION I.

Couper une ligne droite en deux parties égales.

Euclide, Livre I, Propoſition 10.

La ligne AB *eſt propoſée pour être coupée.*

DEs points A & B (*Fig.* 1), comme de deux centres, & d'une même ouverture de compas, décrivez des arcs qui ſe coupent.

Par leurs points d'interſection G, H, menez une ligne droite, elle coupera la donnée en deux parties égales, (*ſuivant la* 84 *du* 2).

PROPOSITION II.

Couper un arc en deux également.

Euclide, Livre III, Proposition 30.

L'arc AOB *est proposé.* (Fig. 2.)

Des points A & B, & d'une même ouverture de compas, décrivez deux arcs qui se coupent, & par leurs points d'intersection G, H, menez la droite GH, elle coupera l'arc proposé en deux également en O.

Que la droite GH *coupe l'arc* AB *en deux également en* O*; je le prouve. Tirez les droites* AG, BG, BH, AH, AG, BO.

Les triangles GAH, GBH, *ont le côté* GH *commun, & les côtés* AG, BG, AH, BH, *égaux (par la 1 du 2), ainsi ces deux triangles sont semblables (par la 23 du 2); & (par la 24 du 2) leurs angles au point* G *sont égaux.*

Or les lignes AG, BG, *étant égales, les triangles* AGO, BGO, *sont aussi égaux & semblables (par la 22 du 2); donc les cordes* AO, BO, *sont égales, & (par la 80 du 2) les arcs* AO, BO, *sont égaux : ce qui étoit à prouver.*

PROPOSITION III.

Couper un angle rectiligne en deux également.

Euclide, Livre I, Proposition 9.

L'angle BAC *est proposé.* (Fig. 3.)

Du point A pris comme centre, décrivez à volonté l'arc DE.

Des points D, E, & d'une même ouverture de com-

pas, décrivez les petits arcs qui se coupent en O.

Menez la ligne AO, elle coupera l'angle en deux également.

Tirez les lignes DO, EO.

Les lignes AD, AE *sont égales :* DO, EO, *le sont aussi (par la* 1 *du* 2*) ;* AO *est commune aux deux triangles* ADO, AEO ; *(par la* 23 *du* 2*) ces triangles sont semblables : & (par la* 24 *du* 2*) leurs angles au point* A, *opposés aux côtés* DO, EO, *sont égaux ; donc l'angle proposé est coupé en deux également.*

PROPOSITION IV.

D'un point donné dans une ligne droite, élever une perpendiculaire.

Euclide, Livre I, Proposition 11.

On veut élever au point C, *une ligne perpendiculaire sur* AB. (Fig. 4.)

Posez une des pointes du compas en C, & de l'autre coupez, comme il vous plaira, les parties égales CD, CE.

Des points D, E, faites la section F, je veux dire, de ces points D, E, comme de deux centres & d'une même ouverture de compas, décrivez les arcs qui se coupent en F.

Menez CF, elle sera perpendiculaire sur AB.

Tirez DF, EF.

Les lignes CD, CE, *sont égales,* DF, EF, *le sont aussi :* CF, *est commune : donc (par la* 23 *du* 2*) les triangles* CDF, CEF *sont semblables, & ont les angles au point* C, *égaux & droits (par la* 9 *du* 1*) ; donc (suivant la* 10 *du* 1*) la ligne* CF *est perpendiculaire.*

PROPOSITION V.

Elever une perpendiculaire à l'extrémité d'une ligne.

La ligne droite GH *étant proposée, on veut élever une perpendiculaire à son extrémité* G. (Fig. 5.)

Marquez à volonté un point Q, au-dessus de GH.

De ce point, & de l'intervalle QG, faites le demi-cercle IGL.

Menez LQI, puis la requise GI qui sera perpendiculaire.

L'angle IGL *est décrit dans le demi-cercle* IGL; *donc il est droit.* (*par la* 77 *du* 2.)

PROPOSITION VI.

Abaisser une perpendiculaire sur une ligne droite.

Euclide, Livre I, Proposition 12.

On veut abaisser du point C *une perpendiculaire sur la droite* AB. (Fig. 6.)

Mettez une des pointes du compas au point C, & de l'autre décrivez un arc qui coupe la ligne AB, par exemple, en D, E.

De ces points D, E, faites la section F.

Menez la requise CO, vers le point F.

Supposé les lignes CD, CE, DF, EF, OF. *Les triangles* CDF, CEF, *sont équiangles* (*par la* 23 *du* 2), *& les angles au point* C *sont égaux* (*par la* 24 *du* 2). *De plus, les triangles* OCD, OCE *sont aussi équiangles, étant semblables* (*par la* 22 *du* 2): *car les lignes* CD, CE, *sont égales:* CO, *est commune, & les angles au point* C *sont égaux. Donc* (*par la* 24 *du* 2) *les angles* COD, COE *sont égaux & droits, & la ligne* CO *est perpendiculaire.* (*suivant la* 10 *du* 1.)

PROP.

PROPOSITION VII.

Elever sur un angle rectiligne, une ligne droite qui fasse des angles égaux de part & d'autre.

L'angle A *est proposé.* (Fig. 7.)

Du point A, décrivez comme il vous plaira, l'arc BC.

Des points B, C, faites la section D.

Tirez la demandée AD.

Supposant les lignes CD, BD, *les triangles* ACD, ABD *sont équiangles* (*par la* 23 *du* 2); *donc les angles* CAD, BAD, *sont égaux.*

PROPOSITION VIII.

Par un point proposé, mener une ligne parallele à une autre.

Euclide, Livre I, Proposition 31.

On veut mener par le point A *une ligne qui soit parallele à la ligne* BC. (Fig. 8.)

Du point A, prenez avec le compas, la distance AE, en décrivant un arc qui rase la ligne BC.

De la même ouverture de compas, & d'un autre point, comme H, pris à volonté dans la ligne BC, décrivez l'arc LI.

Menez la demandée DF, de maniere que passant par le point proposé A, elle touche l'arc IL sans le couper.

Que la ligne DF *soit parallele à la ligne* BC, *il est évident* (*par la* 1 *du* 2.)

PROPOSITION IX.

Faire un angle égal à un autre.

Euclide, Livre I, Proposition 23.

On veut faire sur la ligne AB, *& au point* A, *un angle égal à l'angle* CDE. (Fig. 9.)

De l'angle D, décrivez à la premiere ouverture du compas, l'arc FG.

De la même ouverture du compas, & du point A, décrivez aussi l'arc NM.

Coupez l'arc NO égal à l'arc FG.

Menez AO, & l'angle BAO sera égal au proposé CDE (*suivant la* 14 *du* 2.)

PROPOSITION X.

Trouver la valeur d'un angle, par le moyen d'un rapporteur, ou demi-cercle.

L'angle ABC *est proposé à mesurer.* (Fig. 10.)

Appliquez sur AB, la ligne du rapporteur, ensorte que le centre du demi-cercle se trouve précisément sur la pointe de l'angle B, & le nombre des dégrés qui se trouveront compris dans l'arc DE, sera la valeur de l'angle ABC.

PROPOSITION XI.

Faire un angle de tel nombre de dégrés qu'on voudra.

Soit proposé de faire un angle de 50 *dégrés sur* AB, *& au point* B. (Fig. 10.)

Appliquez le rapporteur, ou demi-cercle, comme je viens de dire dans la Proposition précédente.

& à 50 dégrés, à compter du point D, marquez le point E, puis menez BE, qui sera l'angle demandé ABC.

PROPOSITION XII.

Décrire un triangle équilatéral sur une base donnée.

Euclide, Livre I, Proposition 1.

On propose pour base la ligne AB. (Fig. 11.)

Des points A & B, décrivez les arcs AC, BC.

Menez les droites AC, BC, & vous aurez le requis. (*par la* 1 *du* 2.)

PROPOSITION XIII.

Construire un quarré sur une base donnée.

Euclide, Livre I, Proposition 16.

On propose pour base la ligne AB. (Fig. 12.)

Elevez la perpendiculaire AC, (*par la* 5.) & la coupez égale à AB.

Des points B & C, & de l'intervalle AB, faites la section D.

Menez les lignes CD, BD, & vous aurez un quarré.

Les quatre côtés ont été coupés égaux. & ils sont paralleles (par la 39 *du* 2). *L'angle* A *est fait droit, & son opposé* D *l'est aussi (par la* 38 *du* 2); *de même les angles* B, C, *sont égaux & droits, les quatre angles* A, B, C, D, *valant quatre droits (par la* 35 *du* 2); *donc (suivant la* 26 *du* 1.) CB *est un quarré parfait.*

PROPOSITION XIV.

Inscrire un triangle équilatéral dans un cercle.

Euclide, Livre IV, Coroll. 1 de la Proposition 15.

Le cercle AF *est proposé.* (Fig. 13.)

Du point A, pris à volonté dans la circonférence, & de l'intervale du rayon AB, décrivez l'arc CBD.

Menez la droite CD, elle sera la base du triangle demandé.

L'arc AC *est une sixiéme partie de la circonférence* (*suivant la* 74 *du* 2), *& le double* CAD *en est le tiers.*

PROPOSITION XV.

Inscrire un exagone régulier.

Euclide, Livre IV. Proposition 15.

Prenez le demi-diamétre AB (*Fig.* 14), il divisera la circonférence du cercle en six parties égales (*suivant la* 74 *du* 2.)

PROPOSITION XVI.

Inscrire un quarré dans un cercle.

Euclide, Livre IV. Proposition 6.

Tirez par le centre O, le diamétre BD. (*Fig.* 15.)

Des points B, D, décrivez deux arcs FG, EH, qui se coupent.

Par leurs coupes, ou sections, menez la droite AC, qui passera par le centre O, en faisant quatre angles droits avec le diamétre BD (*suivant la* 84 *du* 2.)

Décrivez le quarré ABCD, il aura les quatre côtés égaux, & les quatres angles droits.

Les arcs AB, BC, CD, DA, *ſont égaux* (*ſuivant la* 14 *du* 2); *ainſi* (*par la* 80 *du* 2), *le quarré a ſes quatre côtés égaux; & ſes quatre angles ſont droits* (*par la* 77 *du* 2.)

PROPOSITION XVII.

Inſcrire un octogone régulier.

Euclide, Livre IV. Coroll. de la Propoſition 6.

Tirez les diamétres AB, CD, (*Fig.* 16.) coupant le cercle en quatre parties égales (*par la précédente.*)

Coupez chaque quart de cercle en deux également (*par la* 2): tirez les côtés de l'octogone AEC, &c.

L'égalité des côtés eſt évidente (*par la* 80 *du* 2) *& celle des angles* (*par la* 76 *du même* 2.)

PROPOSITION XVIII.

Inſcrire tel poligone régulier qu'on voudra, par le moyen du rapporteur.

On veut inſcrire un pentagone dans le cercle ABC. (Fig. 17)

Diviſez le nombre des degrés du cercle entier par le nombre des côtés du poligone, c'eſt-à-dire, diviſez 360 par 5, & le quotient 72, ſera l'angle du centre ABC que vous ferez (*par la* 11) pour avoir un arc dont la corde AC, ſoit un des côtés du pentagone demandé.

PROPOSITION XIX.

Conſtruire un exagone régulier ſur une baſe donnée.

La baſe AB *eſt donnée.* (Fig. 18.)

Des points A, B, décrivez les arcs BC, AC.

Du point C, faites le cercle ABF, il contiendra ſix fois AB (*ſuivant la 74 du 2.*)

PROPOSITION XX.

Décrire un Dodecagone régulier dont un des côtés eſt propoſé.

La droite AB *eſt le côté propoſé.* (Fig. 19.)

Du milieu de AB, élevez la perpendiculaire CD (*par la 4.*)

Du point B, décrivez l'arc AE, & du point E l'arc AD.

Le point D ſera le centre du dodécagone.

L'angle ADB *eſt moitié de l'angle* AEB (*par la 75 du 2.*) AEB *eſt l'angle du centre d'un exagone* (*par la précédente.*) *Donc l'angle* ADB *eſt l'angle du centre d'un dodécagone : car l'angle* AEB *étant de 60 degrés, l'angle* ADB *eſt de 30 : & douze fois 30, font 360, valeur de toute la circonférence du cercle.*

PROPOSITION XXI.

Sur une baſe donnée décrire un octogone.

La baſe AB *eſt donnée.* (Fig. 20.)

Coupez AB en deux au point C (*par la 1.*)

Elevez la perpendiculaire CE (*par la 4.*)

Du point C, décrivez le demi-cercle ADB.

Du point D, décrivez le cercle AEB, & du point E, le cercle demandé, qui contiendra huit fois AB.

L'angle ADB *eſt droit (par la 77 du 2,) & l'angle* AEB *eſt demi-droit (ſuivant la 75 du 2.) L'angle droit vaut 90 degrés (ſuivant la 18 du 2) : & le demi-droit 45, qui eſt la valeur de l'angle au centre d'un octogone ; huit fois 45 faiſant 360.*

PROPOSITION XXII.

Sur une baſe donnée décrire tel poligone régulier qu'on voudra.

On veut faire un pentagone régulier ſur la baſe AB. (Fig. 21.)

Diviſez 360 par le nombre des côtés du poligone à faire, c'eſt-à-dire, par 5 ; & le quotient 72 ſera la valeur de l'angle, au centre d'un pentagone, (*ſuivant la* 18.)

Tirez ce nombre 72 de 180, reſtera 108 pour l'angle de la figure BAC, que vous ferez par la pratique 11.

Coupez cet angle BAC en deux, par la ligne AE (*Prop.* 3.)

Faites l'angle ABE égal à l'angle BAE (*par la* 9), & le point E ſera le centre du cercle dans lequel vous ferez le pentagone demandé.

Les angles F, G, *ſont faits égaux, donc (par la 26 du 2) les lignes* AE, BE *ſont égales : &*

le cercle décrit du point E, *& de l'intervalle* EA, *passe par le point* B. *Cela connu, je n'ai qu'à faire voir comme l'angle* AEB *est de* 72 *dégrés.*

L'angle G, *qui est égal à l'angle* F, *est aussi égal à l'angle* H : *les deux angles* H, F, *ou le seul* CAB *a été fait de* 108 *degrés ; ainsi les deux* F, G, *valent* 108 *degrés ; lesquels soustraits de* 180 *que valent tous les trois angles du triangle* ABE, (*par la* 29 *du* 2) *reste* 72 *pour l'angle* AEB.

PROPOSITION XXIII.

Inscrire un eptagone dans un cercle.

Le cercle BDE *est proposé.* (Fig. 22.)

Menez le rayon AB, & du point B, décrivez l'arc DAE.

Tirez la droite DE, & sa moitié CD, ou son égale DF, sera à peu près la longeur d'un des côtés de l'Eptagone.

Nous verrons cette proposition & les deux suivantes au Chapitre 8.

PROPOSITION XXIV.

Inscrire un enneagone.

Menez le rayon AB. (*Fig.* 23.)

De l'extrémité B, & de l'intervalle BA, décrivez l'arc DAC.

Tirez la droite CD & la prolongez vers F.

Coupez EF égale à AB.

Du point E, décrivez l'arc FG, & du point F, l'arc EG.

Menez AG, & l'arc DH, sera à peu-près la neuviéme

viéme partie de la circonférence du cercle.

PROPOSITION XXV.

Sur une base donnée, décrire un enneagone régulier.

La ligne AB *est une base proposée.* (Fig. 24.)

Coupez AB en deux également au point C.
Elevez la perpendiculaire CF.
Du point B, décrivez l'arc AD.
Coupez l'arc AD en deux parties égales en E.
Du point D, décrivez l'arc EF; & le point F, sera à peu près le centre de l'enneagone.

PROPOSITION XXVI.

Décrire un triangle semblable & égal à un autre.

On veut faire un triangle égal & semblable au triangle ABC. (Fig. 25.)

Tirez DE, égale à la base AB.
Du point D, & de l'intervalle AC, décrivez l'arc LM.
Du point E, & de l'intervalle BC, décrivez l'arc GH.
De la section F, menez les lignes DF, EF, & vous aurez le requis (*par la 23 du 2.*)

PROPOSITION XXVII.

Décrire sur une base donnée, un triangle semblable à un autre.

On propose de faire sur AB, *un triangle semblable au triangle* GDE. (Fig. 26.)

Faites l'angle A égal à l'angle C, & l'angle B égal à l'angle D (*par la* 9.) Le troisiéme F sera égal au troisiéme E (*par la* 31 *du* 2.) & (*par la* 55 *du* 2) les deux triangles seront semblables.

PROPOSITION XXVIII.

Décrire une figure rectiligne égale & semblable à une autre.

On veut faire une figure comme la proposée O. (Fig. 27.)

Tirez EF égale à la base AB.

Faites le triangle EFH semblable au triangle ABD (*par la* 26.)

Faites de même le triangle EFG, semblable au triangle ABC, & tirez GH.

Enfin, faites le triangle EFL, semblable au triangle ABI, & ayant tiré GL, la figure S, sera égale & semblable à la figure O.

Les triangles EFH, EFG, *sont faits égaux & semblables aux triangles* ABD, ABC: *ainsi ôtant des angles égaux* DAB, HEF, *les égaux* BAC, FEG: *les angles* DAC, HEG, *restent égaux: & puisque les côtés* AD, AC, *sont egaux aux côtés* EH, EG, *les triangles* ADC, EHG, *sont*

auſſi égaux & ſemblables (par la 22 du 2.)
Par la même raiſon, les triangles ACI, BIC, *ſont égaux & ſemblables aux triangles* EGL, FLG. *Donc les figures* O, S, *ſont égales & ſemblables (par la 68 du 2.)*

PROPOSITION XXIX.

Décrire ſur une baſe donnée, une figure ſemblable à une autre.

Euclide, Livre VI, Propoſition 18.

On veut faire ſur AB *une figure ſemblable à la figure* MI. (Fig. 28.)

Menez la diagonale CE, & faites ſur la baſe AB, le triangle L ſemblable au triangle M (*par la* 27.) Faites auſſi ſur BG, le triangle N, ſemblable au triangle I. Le quadrilaterre LN, ſera ſemblable au quadrilatere MI (*par la 68 du* 2.)

PROPOSITION XXX.

Conſtruire une figure ſemblable à une autre, par le moyen d'une échelle.

On veut faire avec l'échelle O, *une figure ſemblable à la figure* FC, *qui a été meſurée par l'échelle* P. (Fig. 29.)

La baſe FC contient 9 parties de ſon échelle P. Prenez auſſi 9 parties de l'échelle O, & les donnez à la baſe AB, ainſi du reſte (*ſuivant la* 28.)

PROPOSITION XXXI.

Trouver le centre d'un cercle.

Euclide Livre III, Proposition I.

On propose de trouver le centre du cercle ABC. (Fig. 30.)

Tirez comme il vous plaira la droite AB, & la coupez en deux également par la perpendiculaire CE (*suivant la* 1.)

Coupez CE aussi en deux parties égales, & le milieu O, sera le centre du cercle.

La perpendiculaire CE *passe par le centre du cercle* (*suivant la* 83 *du* 2.) *& le centre ne peut être ailleurs qu'au point* O, *milieu de cette ligne.*

PROPOSITION XXXII.

Achever un cercle commencé dont on n'a pas le centre.

L'arc ABC *est le commencement d'un cercle qu'il faut achever.* (Fig. 31.)

Posez dans l'arc proposé, trois points comme il vous plaira, par exemple, les points A, B, C.

Des points A & B, & d'une même ouverture de compas, décrivez les arcs qui se coupent en D, E, & menez la droite DE.

Décrivez deux autres arcs des points B & C; & par leurs sections P, G, menez la droite PG.

Du point T où se coupent les droites PG, DE, & de l'intervalle IA, achevez le cercle commencé.

Supposé les droites AB, BC, *elles sont coupées chacune en deux également, & à angles droits, par*

les droites PT, ET (*suivant la* 84 *du* 2 :) *ces lignes* PT, ET, *passent chacune par le centre de l'arc* ABC (*par la* 83 *du* 2.) *Donc le centre est au point commun* T, *& l'arc* AHC, *qui en est décrit, fait un cercle parfait* ABCH.

PROPOSITION XXXIII.

Trouver le milieu de trois points, ou décrire un cercle par trois points qui ne soient pas dans une ligne droite.

Les points A, B, C, *sont proposés, par lesquels une ligne droite ne peut être menée.* (Fig. 31.)

Cherchez le centre de ces points par la précédente.

PROPOSITION XXXIV.

Mener une ligne droite qui touche un cercle par un point donné.

On propose de tirer par le point A, *une ligne qui touche le cercle sans le couper.* (Fig. 32.)

Du centre du cercle, menez DF par le point A. Elevez la perpendiculaire CE, sur DF, elle sera la tangente demandée, (*suivant la* 72 *du* 2.)

PROPOSITION XXXV.

Trouver le point où un cercle eſt touché d'une ligne droite.

On cherche le point où la droite CE *touche le cercle qui eſt deſſus.* (Fig. 32.)

Du centre du cercle D, abaiſſez ſur CE, la perpendiculaire DA (*par la 6:*) & le point A ſera le demandé. (*par la 73 du 2.*)

PROPOSITION XXXVI.

Décrire ſur une ligne droite, un ſegment de cercle capable d'un angle égal à un angle donné.

Euclide, Livre III, Propoſition 33.

On veut décrire ſur la droite AB, *un ſegment de cercle qui puiſſe comprendre un angle égal à l'angle* C. (Fig. 33.)

Faites l'angle BAD égal à l'angle C. (*prop. 9.*)

Elevez ſur AD, la perpendiculaire AG. (*prop. 4 ou 5.*)

Coupez AB en deux, & du milieu H, élevez la perpendiculaire HF.

Du point F, décrivez l'arc AGB, & menez BG. Je dis que l'angle G, compris dans le ſegment ABG, eſt égal au donné C. Tirez BF.

Premiérement, les triangles HBF, HAF, *ont le côté* FH *commun; les baſes* BH, HA, *égales, & les angles d'entre deux égaux, puiſqu'ils ſont droits: donc* (*par la 22 du 2*) FA, FB, *ſont égales; le cercle décrit du point* F, *& de l'inter-*

valle FA, *passe par le point* B, *& le segment* AGB *est décrit sur* AB.

2. *La ligne* AD *touche le cercle au point* A (*par la* 73 *du* 2.) *&* (*suivant la* 79 *du* 2,) *l'angle* G *est égal à l'angle* BAD, *& par conséquent à l'angle* C.

PROPOSITION XXXVII.

Décrire sur une ligne, un poligone régulier dont l'angle du centre est donné.

L'angle C, *est l'angle du centre d'un pentagone qu'on veut faire sur la ligne* AB.

(Fig. 34.)

Faites l'angle ABD, égal au donné C (*prop.* 9.)

Coupez cet angle en deux par la ligne BE (*proposition* 3.)

Elevez sur BE, la perpendiculaire BF (*prop.* 5.)

Faites l'angle A égal à l'angle B.

Du point F, décrivez le cercle ABG, il contiendra cinq fois la ligne AB.

Pour le prouver, je n'ai qu'à faire voir que l'angle du centre AFB *est égal au proposé* C.

Supposé l'angle G, *il est moitié de l'angle* F, (*par la* 75 *du* 2.) *L'angle* ABE *est aussi moitié de l'angle* ABD (*par la construction*): *ces angles* G, *&* ABE *sont égaux* (*par la* 79 *du* 2.) *Donc l'angle* F, *est égal à l'angle* ABD, *& par conséquent à l'angle* C, *auquel* ABD *est fait égal.*

PROPOSITION XXXVIII.

Couper d'un cercle un ſegment capable d'un angle égal à un angle donné.

On veut couper du cercle E, *un ſegment capable d'un angle égal à l'angle* D. (Fig. 35.)

Tirez le rayon AB, & la perpendiculaire AF. Faites l'angle FAC égal à l'angle D, & le ſegment AEC ſera le demandé.

Ayant pris un point à volonté dans l'arc AEC, *par exemple, le point* E, *ſi vous faites l'angle* AEC, *il ſera égal à l'angle* CAF, (*ſuivant la 19 du 2*) *& par conſéquent au donné* D.

PROPOSITION XXXIX.

Inſcrire dans un cercle, un triangle ſemblable à un autre.

Euclide, Livre IV, Propoſition 2.

On propoſe d'inſcrire dans le cercle P, *un triangle ſemblable au triangle* O. (Fig. 36.)

Par un point comme A, menez la touchante GH (*prop.* 34.)

Faites l'angle GAB égal à l'angle E, & l'angle HAC égal à l'angle D.

Tirez la droite BC, & le triangle ABC ſera ſemblable au triangle O.

L'angle C *eſt égal à l'angle* BAG, *ou* E; *l'angle* B *l'eſt à l'angle* CAH, *ou* D. (*par la 79 du 2.*) *Et l'angle* A *l'eſt à l'angle* F; (*par la 31 du 2*) *donc le triangle inſcrit eſt ſemblable au propoſé* O (*par la 55 du 2.*)

PROP.

PROPOSITION XL.

Inscrire un cercle dans un triangle.

Euclide, Livre IV, Proposition 4.

Le triangle ABC *est proposé.* (Fig. 37.)

Coupez les angles ABC, ACB, chacun en deux également, tirant les lignes BD, CD, (*prop.* 3.)

De la section D, abaissez la perpendiculaire DF (*prop.* 6.) elle sera le rayon du cercle. *Tirez* DG, *perpendiculaire sur* AB, & DE *perpendiculaire sur* AC.

Dans les triangles BDG, BDF, *les angles* G, F, *sont égaux, puisqu'ils sont droits : les angles* H, I *sont aussi égaux, l'angle* GBF *étant coupé en deux également : le côté* BD *est commun : donc (par la* 34 *du* 2.) *ces triangles sont égaux en toutes leurs parties,* & DG *est égal à* DF (*par la* 24 *du* 2.)

Par la même raison DE *est égal à* DF : *donc le cercle décrit du point* D & *de l'intervalle* DF, *passe par les points* G, E, & *touche les trois côtés du triangle sans les couper.* (*par la* 72 *du* 2.)

PROPOSITION XLI.

Décrire un cercle autour d'un triangle.

Euclide, Livre IV, Proposition 5.

Le triangle D *est proposé.* (Fig. 38.)

Cherchez le centre des trois points A, B, C (*prop.* 33.)

PROPOSITION XLII.

Décrire autour d'un cercle, un triangle ſemblable à un triangle donné.

Euclide, Livre IV, Propoſition 3.

On propoſe de faire autour du cercle FIH, *un triangle ſemblable au triangle* B. (Fig. 39.)

Continuez la baſe AC de part & d'autre.

Menez le rayon GF, & faites l'angle S égal à l'angle C.

Faites auſſi l'angle G égal à l'angle A.

Menez par les points F, I, H, les tangentes LM, MN, LN, (*prop.* 34.) elles feront le triangle demandé.

Les angles du quadrilatere FSHN, *ſont égaux à quatre droits*, (*par la* 35 *du* 2.) *les angles* SFN, SHN, *ſont faits droits : donc les oppoſés* S, N, *pris enſemble, valent deux droits.*

Les angles P, C, *ſont auſſi égaux à deux droits* (*par la* 18 *du* 2.) *& l'angle* S *eſt fait égal à l'angle* C. *Donc l'angle* N *eſt égal à l'angle* P.

Par la même raiſon, l'angle L *eſt égal à l'angle* O, *& l'angle* M *l'eſt à l'angle* E, (*par la* 31 *du* 2.) *Donc* (*par la* 55 *du* 2) *le triangle* LMN *eſt ſemblable au triangle* B.

PROPOSITION XLIII.

Autour d'un cercle, circonſcrire un quarré.

Euclide, Livre IV, Propoſition 7.

Le cercle ABC *eſt propoſé.* (Fig. 40.)

Tirez les diamétres AB, CD, qui ſe coupent à angles droits.

Par les points A B, C, D, menez HE, GF, EF, GH, paralleles aux diamétres AB, CD, (*prop.* 8) & vous aurez le quarré demandé ayant ſes côtés égaux, ſes angles droits, & touchant de ſes quatre côtés, le cercle donné ſans le couper en aucun endroit.

Les côtés EH, GF, *ſont égaux au diamétre* AB: EF, GH, *le ſont au diamétre* CD, (*par la* 38 *du* 2.) *les diamétres ſont égaux: donc les quatre côtés du quarré ſont égaux.*

Les angles au centre I *ſont droits, & leurs oppoſés* E, F, G, H, *le ſont auſſi* (*par la* 38 *du* 2.)

L'angle HDI *eſt droit, comme ſon alterne* I: (*par la* 20 *du* 2.) *donc* EH *touche le cercle ſans le couper.* (*ſuivant la* 72 *du* 2.) *La même démonſtration ſe fera des autres côtés.*

PROPOSITION XLIV.

Autour d'un cercle, circonſcrire un poligone régulier.

On propoſe de faire un pentagone régulier autour du cercle ABD. (Fig. 41.)

Décrivez dans le cercle un pentagone ACD, (*prop.* 18.)

Coupez AB en deux, tirant le rayon FP.

Menez AP perpendiculaire ſur AF (*prop.* 5.)

Décrivez le cercle POS, & continuez PA juſqu'en G.

La droite PG ſera un des côtés du pentagone demandé.

Les triangles NAF, NBF, *ont leurs côtés égaux, ainſi ils ſont ſemblables,* (*par la* 23 *du* 2.)

& leurs angles L, M, *ſont égaux (par la* 24 *du* 2.)

Dans les triangles AFP, AFG, *les angles au point* A *ſont droits, le côté* AF *eſt commun, & les côtés* FP, FG, *ſont coupés égaux : donc* AP, AG, *le ſont auſſi, (par la* 22 *du* 2.) *& l'angle* K *eſt égal à l'angle* M, *& par conſéquent à l'angle* L.

Les trois angles au centre F, *étant égaux, l'angle* PFG, *compoſé de deux, eſt égal à l'angle* BFA, *auſſi compoſé de deux : & l'arc* PG *eſt la cinquiéme partie de ſon cercle, comme l'arc* AB *eſt la cinquiéme partie du ſien, (par la* 13 *du* 2.) *le reſte eſt évident.*

PROPOSITION XLV.

Diviſer une ligne droite en tant de parties égales qu'on voudra.

On veut diviſer la ligne AB *en trois parties égales.* (Fig. 42.)

Du point A, décrivez l'arc BC, de telle grandeur qu'il vous plaira.

Du point B, décrivez auſſi l'arc AD, & le coupez égal à l'arc BC.

Du point A, & de la premiere ouverture de compas, portez ſur AC, trois parties égales A *e f g*.

De la même ouverture de compas & du point B, portez auſſi ſur BD les trois parties B *h j o*.

Menez les lignes B *g*, *f h*, *e j*, A *o*, elles diviſeront la ligne AB comme il eſt demandé.

Nous avons fait les angles alternes CAB, DBA, *égaux, ainſi (par la* 21 *du* 2.) *les lignes* AC, BD *ſont paralleles,* A *e*, *o j*, *ſont donc égales &*

paralleles : & A o , e j , qui les conjoignent ſont auſſi paralleles (ſuivant la 36 du 2.) La même démonſtration ſe fera des lignes e j , f h , g B.

Les lignes B g , M f , L e , étant paralleles , AB eſt diviſée comme A g , (ſuivant la 51 du 2.) les parties de A g , ſont coupées égales. Donc les parties de AB , le ſont auſſi.

PROPOSITION XLVI.

Autre maniere de diviſer une ligne.

On veut diviſer AB *en quatre parties égales.* (Fig. 43.)

Menez la ligne CD parallele à AB.

Du point C, & à la premiére ouverture de compas, portez ſur CD, quatre parties égales 1, 2, 3, 4.

Tirez AC, BD, & les continuez juſqu'à leur rencontre en E.

Menez du point E, des lignes par les diviſions 1, 2, 3, 4, elles diviſeront AB en quatre parties égales.

Les lignes CD, AB, *étant paralleles , les triangles* CDE, ABE, *ſont ſemblables (par la 57 du 2.) & ils ſont diviſés l'un comme l'autre par des triangles ſemblables (ſuivant la même 57 ;) les baſes des triangles ſur* CD , *ſont coupées égales : donc (ſuivant la 70 du 2.) les baſes des triangles ſur* AB *ſont auſſi égales ; donc* AB *eſt diviſée comme* CD *en quatre parties égales.*

PROPOSITION XLVII.

Faire diverſes échelles ſemblables ſur des longueurs inégales.

On veut faire trois échelles, chacune de ſoixante parties égales, la premiere de la longueur D, *la deuxiéme de la longueur* E, *& la troiſiéme de la longueur* G. (Fig. 44.)

Tirez une ligne AO de telle longueur qu'il vous plaira.

Portez ſur cette ligne AO, & à la premiére ouverture de compas, dix petites parties égales AC.

Portez la diſtance AC, ſix fois ſur la même ligne AO, & ſur ces ſix parties AB, faites le triangle équilatéral ABF (*prop.* 12.)

Prolongez FA vers R, & FB, vers Y.

Menez du point F, des lignes par toutes les diviſions de AB.

Enfin, coupez FL, FI, égales à D; FM, FN, égales à E; FP, FS égales à G; & les lignes LI. MN, PS ſeront les échelles demandées.

Le triangle ABF *eſt fait équilatéral, & le triangle* LIF, *lui eſt ſemblable (par la* 58 *du* 2.) *Donc comme* AB *eſt égale à* AF, *auſſi* LI *eſt égale à* LF, *ou à* D, *& cette ligne* LI *eſt diviſée comme* AB, *(ſuivant la précédente;) ainſi des autres.*

PROPOSITION XLVIII.

Diviſer une ligne en pluſieurs parties qui ſoient entr'elles, comme les parties d'une autre ligne.

Euclide, Livre VI, Propoſition 10.

On veut diviſer AB *en quatre parties qui ſoient entr'elles comme les quatre parties de la ligne* CD. (Fig. 45.

Menez comme vous voudrez la ligne AH, faiſant un angle avec AB.

Coupez les parties AILMH, égales aux parties CEFGD.

Tirez BH, & ſes paralleles MN, LO, IP; la ligne AB ſera diviſée comme AH, ou CD, ſon égale. (*ſuivant la 51 du 2.*)

PROPOSITION XLIX.

A deux lignes données, trouver une troiſiéme proportionnelle.

Euclide, Livre VI, Propoſition 11.

On demande une ligne qui ſoit à la ligne B, *comme la ligne* B, *eſt à la ligne* A. (Fig. 46.)

Faites comme il vous plaira, l'angle DNE.

Coupez NH égale à la ligne A, & NO égale à la ligne B, & tirez la ligne HO.

Coupez encore DH égale à NO, & menez DE parallele à HO.

La ligne EO ſera la troiſiéme demandée.

Les lignes DE, HO *étant paralleles, il y a même raiſon de à* NH *à* DH, *ou de* A *à* B *leurs égales,*

que de NO, *ou* B *ſon égale, à* OE. (*par la 51 du 2.*)

PROPOSITION L.

A trois lignes données, trouver une quatriéme proportionnelle.

Euclide, Livre VI. Propoſition 12.

On propoſe les lignes A, B, C, *auſquelles il faut trouver une quatriéme proportionnelle.* (Fig. 47.)

Faites à volonté l'angle GDH.

Coupez DE égales à A, EG égale à B, & DF égale à C, & tirez la ligne EF.

Menez GH parallele à EF, & FH ſera la demandée.

Il y a même raiſon de DE, *ou* A *ſon égale, à* EG, *ou* B *ſon égale, que de* DF, *ou ſon égale* C, *à* FH. (*ſuivant la 51 du 2.*)

PROPOSITION LI.

Trouver une moyenne proportionnelle.

Euclide, Livre IV, Propoſition 13.

On veut avoir une moyenne proportionnelle entre les lignes A *&* B. (Fig. 48.)

Tirez une ligne droite CD.

Coupez CE, ED, égales aux données A & B.

Diviſez CD en deux également en L.

De ce point L, décrivez le demi-cercle CDF.

La perpendiculaire EF ſera la moyenne demandée.

Tirez CF, DF.

L'angle CFD *eſt droit* (*par la 77 du 2;*) *&* (*par la 56 du 2*) *les triangles* M, N, *ſont équiangles: ainſi,*

ainſi, dans le premier triangle, le moyen côté CE *eſt au petit* EF, *comme dans le ſecond triangle, le moyen côté* EF *eſt au petit* ED (*par la 53 du 2*) *la ligne* EF *eſt donc moyenne proportionnelle entre les extrêmes* CE, ED, *ou leurs égales* A, B.

PROPOSITION LII.

Autre maniére de trouver une moyenne proportionnelle.

On demande une ligne moyenne entre les extrêmes AB, AC. (Fig. 49.)

Décrivez le demi-cercle AEB.

Elevez la perpendiculaire CE.

La ligne AE, ou ſon égale AD, ſera moyenne proportionnelle entre les propoſées AB, AC.

Le triangle ABE *eſt rectangle* (*par la 77 du 2.*) *Et le triangle* ACE, *lui eſt ſemblable* (*par la 56 du 2.*) AC *eſt donc à* AE, *dans le triangle* R, *comme* AE *à* AB *dans le triangle* AEB (*par la 53 du 2;*) *ainſi, comme* AC *eſt à* AE, AE, *ou ſon égale* AD, *eſt à* AB.

PROPOSITION LIII.

D'une ligne donnée, couper une partie qui ſoit moyenne proportionnelle entre le reſte & une autre ligne.

On veut couper de la ligne AC, *une partie* CI, *qui ſoit moyenne entre le reſte* AI, *& la ligne* CB. (Fig. 50.)

Décrivez ſur la droite ACB le demi-cercle ADB.

Elevez la perpendiculaire CD.

Coupez BC en deux au point O.

De ce point O, décrivez l'arc BI.

La ligne CI sera moyenne proportionnelle entre AI & CB.

Coupez CF, CE, *égales à* CO, CB : CH *à* CI: & FG *à* FH: *puis faites les rectangles* ACLR, GCMS, & *le quarré* CP.

La ligne FH, *eſt égale à* OI, & OI *eſt coupée égale à* OD, *ainſi* FH *eſt auſſi égale à* FD : & *le cercle décrit du centre* F, & *de l'intervalle* FH, *paſſe par le point* D.

La ligne CD *eſt moyenne proportionnelle entre* AC & CB, *de même qu'entre* GC & CH, (*par la* 51) *ainſi le quarré* CP, *eſt égal au rectangle* CS *compris ſous les extrêmes* GC, CH: *de même qu'au rectangle* CR *compris ſous les extrêmes* AC, CB (*par la* 64 *du* 2;) *donc* (*par la* 3 *du* 2) *les rectangles* CS, CR *ſont égaux;* & AC *eſt à* CM, *ou ſon égale* CI, *comme* CG *eſt à* CL, *ou* CE, *ſon égale* (*par la* 63 *du* 2:) *de plus* AI *eſt à* IC, *comme* GE *eſt à* EC, *ou ſon égale* CB (*par la* 12 *du* 2.) *Or* GE *eſt égale à* IC, *car* IC *l'eſt à* CH, *comme* CH *l'eſt à* EG: *donc comme* AI *eſt à* IC, IC *eſt à* CB.

PROPOSITION LIV.

Trouver deux lignes moyennes entre deux autres propoſées, tellement que les quatre ſoient en proportion continue.

On veut trouver deux moyennes proportionnelles entre les lignes AC, AB. (Fig. 51.)

Faites le rectangle ABCD, & continuez CA

vers E, BA vers G, & BD vers F.

Tirez les diagonales AD, BC.

Du point O décrivez le demi-cercle EGF, de maniere qu'une ligne droite menée par les sections, GF, touche l'angle C.

Les lignes AG, AE, seront les moyennes demandées.

Tirez les lignes OE, OF, EG, BE.

Les triangles rectangles ABD, ABC, *ont les côtés* AB, CD *égaux, & une même base* BD: *donc ils sont semblables (par la 22 du 2;) & l'angle* OBD *est égal à l'angle* ODB (*par la 24 du 2.*) *Donc (par la 26 du 2) le triangle* BDO, *est isoscele & ses côtés* BO, DO *sont égaux.*

Par la même raison les triangles ABC, ABD *sont encore semblables; leurs angles* ABC, BAD *sont égaux; le triangle* ABO, *est isoscele; &* BO *est égale à* AO, *de même qu'à* DO.

Les lignes AO, DO *sont donc égales:* OE, OF, *le sont donc aussi, étant des rayons du cercle* EGF: *& la diagonale* AD *tombant sur les paralléles* EC, BF, *fait les angles alternes* EAO, ODF *égaux (par la 20 du 2.) Donc (par la 22 du 2) les triangles* OAE, ODF *sont égaux & semblables, & leurs angles au point* O *étant égaux (par la 19 du 2)* OE, OF *ne font qu'une ligne droite qui est le diamétre du demi-cercle* EGF.

L'angle EGF *est droit (par la 77 du 2.) & si vous décrivez un demi-cercle sur* CE, *il passera par le point* G; *donc les triangles* ACG, AGE *sont équiangles (suivant la 54 du 2) & (par la 51) la perpendiculaire* AG *est moyenne proportionnelle entre les lignes* AC, AE.

Les lignes DC, DF, *qui ſont paralléles aux lignes* AG, AC, *font les angles* DCF, DFC *égaux aux angles* AGC, ACG (*par la 15 du 2;*) *ainſi le triangle* DCF *eſt ſemblable au triangle* ACG (*par la 31 du 2.*)

Les triangles OAE ODF *ſont prouvés égaux & ſemblables: donc* AE *&* DF, *ſont égales;* AB, DC, *le ſont auſſi,* (*par la 38 du 2;*) *& les angles* EAB, CDF, *étant droits, le triangle* EAB *eſt ſemblable au triangle* CDF (*par la 22 du 2,*) *& par conſéquent aux triangles* GAC, EAG; *ceux-ci ayant été prouvés ſemblables au triangle* CDF.

L'angle BEG *eſt donc droit, car il eſt compoſé des angles* BEA, AEG, *égaux aux angles* EGA, AGC, *qui font l'angle droit* EGC. *Donc la ligne* AE *eſt moyenne entre* AB *&* AG, *de même que* AG *l'eſt entre* AE *&* AC, (*par la 51.*) *Donc comme* AB *eſt à* AE, AE *eſt à* AG; *&* AG, *à* AC.

PROPOSITION LV.

Décrire une ovale ſur une longueur donnée.

La ligne AB (Fig. 52.) *eſt la longueur d'une ovale à faire.*

Diviſez AB en trois parties égales AGDB.

Des points G, D, décrivez les cercles AOD, GHB.

Menez les droites FGO, EDH.

Du point E, décrivez l'arc HI, & l'arc OS du point F.

PROPOSITION LVI.

Décrire une ovale sur une longueur & une largeur donnée.

On veut faire une ovale qui ait pour diamétres les lignes AB, CD, *qui se coupent également l'une l'autre & à angles égaux.* (Fig. 53.)

Ayez une régle MO égale au grand rayon AE, sur laquelle vous marquerez la longueur MN, égale au petit rayon CE.

Conduisez cette régle sur les diamétres AB, CD, tellement que le point N coulant sur AB, l'extrémité M, décrira l'ovale demandée.

PROPOSITION LVII.

Trouver le grand & le petit diamétre d'une ovale.

L'ovale ABCD *est proposée.* (Fig. 54.)

Menez comme il vous plaira les deux paralleles NA, IH.

Coupez ces paralleles chacune en deux, & par leurs coupes L, M, tirez la droite PO.

Divisez aussi la droite PO, en deux au point E.

Du point E, décrivez à volonté, le cercle SGF, coupant la circonférence de l'ovale en quatre points.

Menez FG, & sa parallele TEC, qui sera le petit diamétre, puis tirez le grand diamétre BED, coupant le petit par des angles droits.

PROPOSITION LVIII.

Diviſer la circonférence d'un cercle en 360 dégrés.

Le cercle A *eſt propoſé.* (Fig. 55.)

Menez les diamétres AB, CD ſe coupant à angles droits en E, & la circonférence ſe trouvera diviſée en quatre parties égales, valant chacune 90 degrés.

Des points A & C, décrivez les arcs EG, EF, qui diviſeront le quart de cercle AC, en trois parties chacune de 30 degrés.

Le quart de cercle AC *étant de* 90 *degrés, & les arcs* AG, CF, *chacun de* 60 (*ſuivant la* 74 *du* 2 :) *il s'enſuit que les ſupplémens* CG, AF, *ſont chacun de* 30 : *or deux fois* 30 *étant ſouſtraits de* 90, *reſte auſſi* 30 *pour l'arc* GF.

Diviſez ces trois arcs égaux CGFA, chacun en trois, puis chaque partie en dix, & ainſi des trois autres quarts de circonférence.

PROPOSITION LIX.

Diviſer le contour d'un plan en pluſieurs parties égales.

On propoſe de diviſer le contour du plan H, *en huit parties égales.* (Fig. 56.)

Prolongez la baſe AB de part & d'autre.

Prolongez auſſi AF vers N, BC vers L, & CD vers M.

Coupez FN égale à FE, & AG égale à AN.

Coupez de même DM, égale à DE; CL égale à CM; BI égale à BL; & la ligne GI ſera égale au contour du plan.

Diviſez GI en huit parties égales, 1, 2, 3, &c.

Du point A, décrivez les arcs 2, 2; 1, 1; paralleles à l'arc GN, & du point B, les arcs 6, 6; 7, 7; &c. paralleles à l'arc IL, ainſi du reſte.

Les points 1, 2, 3, &c. qui ſe trouveront dans les côtés du plan, feront la diviſion demandée.

PROPOSITION LX.

Trouver une ligne droite égale à une courbe.

On veut avoir une ligne droite égale à la courbe AB. (Fig. 57.)

Tirez la ligne droite iudéterminée DE.

Prenez de la propoſée AB, une partie AC, ſi petite que la courbure de la ligne ſoit imperceptible.

Portez cette petite partie ſur AB, autant de fois qu'elle y pourra être compriſe, par exemple, 20 fois.

Portez autant de ces petites parties ſur DE, leſquelles ſe terminant en E, vous aurez la droite DE aſſez préciſément égale à la courbe AB.

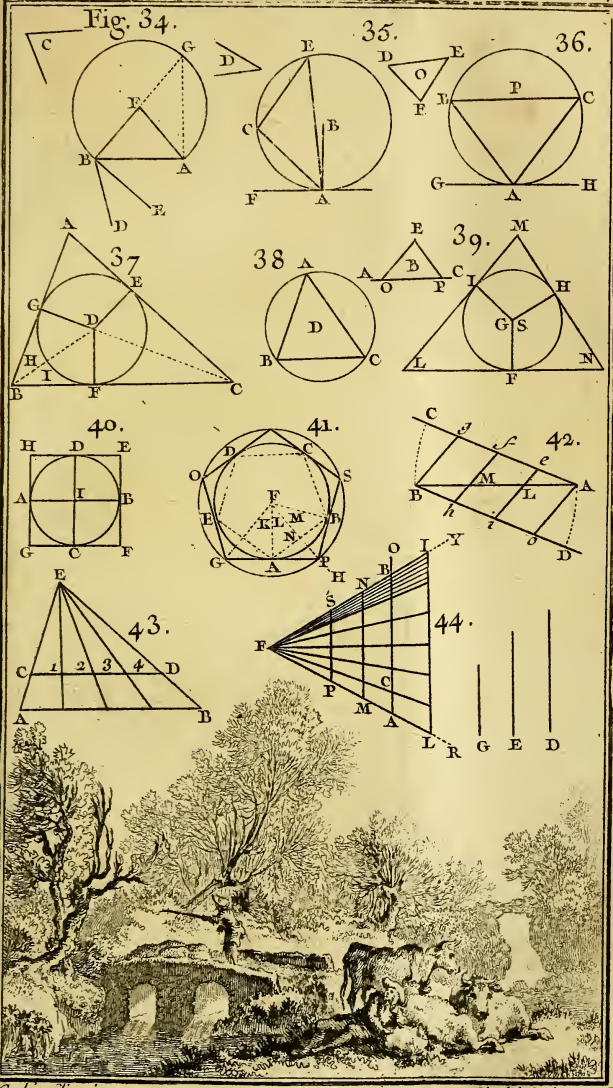


Fig. 34.
35.
36.
37
38
39.
40.
41.
42.
43.
44.

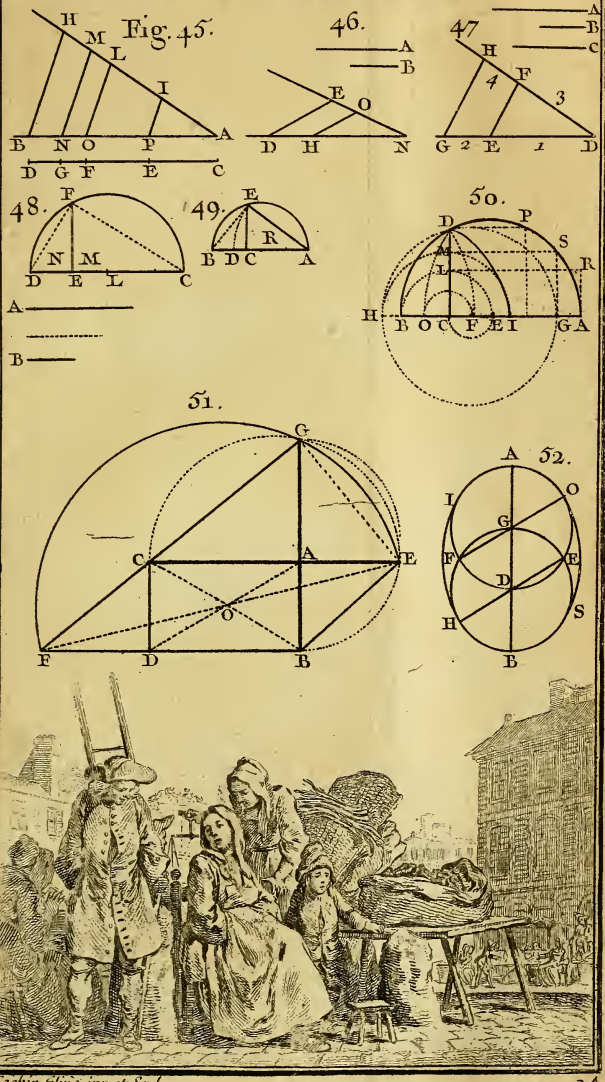


Fig. 45.
H M L I
B N O P A
D G F E C
46.
A
B
E O
D H N
47
A B C
H F
4 3
G 2 E 1 D
48.
F
N M
D E L C
49.
E R
B D C A
50.
D P S R
M L
H B O C F E I G A
A
B
51.
G
C A E
O
F D B
52.
A
I O
G
F F
D
H S
B

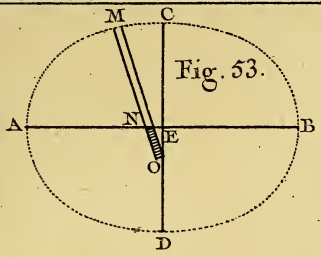
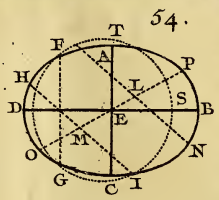
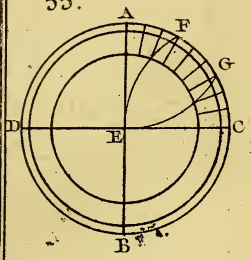


Fig. 53.

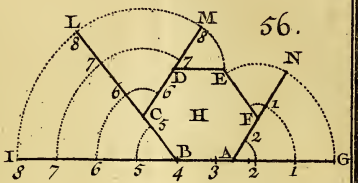
54.

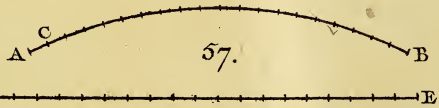


55.



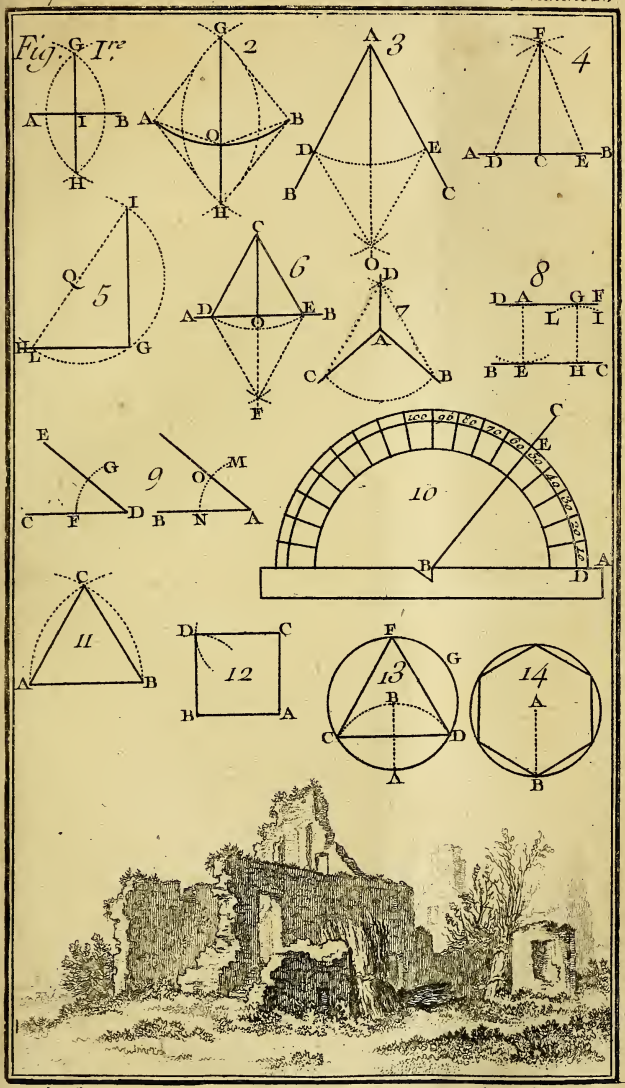
56.





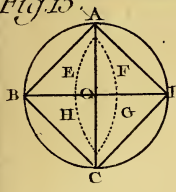
57.

Cochin filius inv. et Sculp.

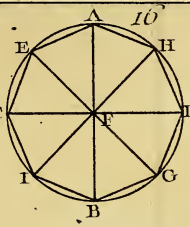


Cochin filius inv. Chedel Sculp. 10

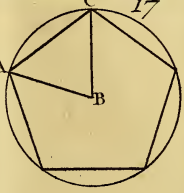
Fig 15



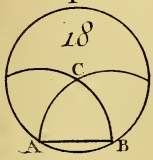
16



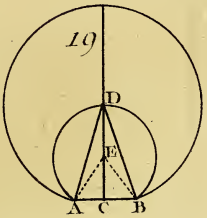
17



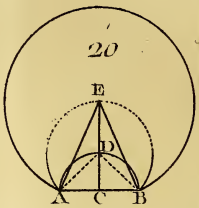
18



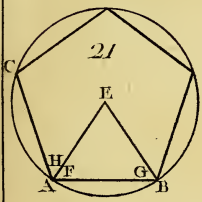
19



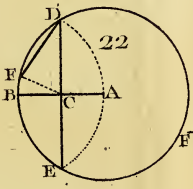
20



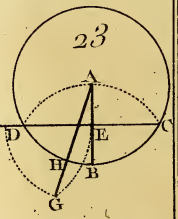
21



22



23



Cochin filius inuet. Sculp.

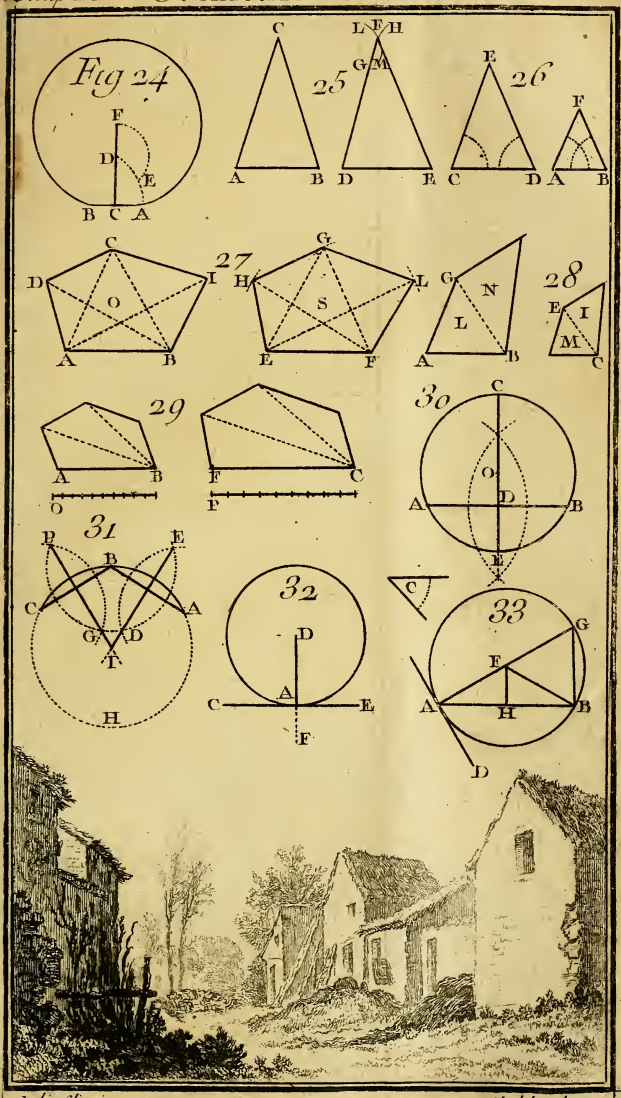


Fig 24
F
D
E
B C A
C
A B
25
L E H
G M
D E
E
C D
26
F
A B
C
D
O
I
27
G
H
S
L
E F
G
N
L
A B
28
E
I
M
C
29
A B
O
F C
F
30
C
O
D
A B
E
31
B
E
C
A
G
D
T
H
32
D
C
A
E
F
C
33
G
F
A
H
B
D

CHAPITRE IV.

De la réduction ou transformation des plans.

PROPOSITION I.

D'un triangle ſcalene ABC, *faire un triangle iſoſcele, ou ce qui eſt même choſe, décrire un triangle iſoſcele égal au ſcalene propoſé.* (Fig. 1.)

COupez la baſe AB en deux également en D.
Elevez la perpendiculaire DE.
Menez CE paralléle à la baſe AB.
Tirez EA, EB, vous aurez le Triangle iſoſcele ABE pour le propoſé ABC; (*ſuivant la* 42 *du* 2.)

PROPOSITION II.

Réduire en triangle le parallélogramme BD. (Fig. 2.)

Continuez AB, & coupez AE égale à AB.
Menez CE, & le parallélogramme ſera réduit en triangle, ou pour mieux dire, le triangle BCE ſera fait égal au parallélogramme BD.

Le parallélogramme BD *eſt coupé en deux triangles égaux par la diagonale* AC (*ſuivant la* 3e *du* 2) *le triangle* AEC *eſt égal au triangle* ABC

(par la 43 du 2 :) donc il eſt auſſi égal au triangle ACD *; & ôtant le commun* CDF *, reſte le triangle* AEF *égal au retranché* CDF *; donc le triangle* BCE *eſt égal au parallélogramme* BD.

PROPOSITION III.

Réduire le triangle ABC *en parallélogramme.* (Fig. 3.)

Coupez la baſe AB en deux également en D.

Menez CD, & ſa parallele BE.

Tirez encore CE parallele à AB.

Le parallélogramme DE, ſera égal au triangle ABC.

Le triangle G *eſt égal au triangle* F *(par la 43 du 2 :) il eſt auſſi égal au triangle* H *(par la 37 du 2.) Donc les triangles* F, H, *ſont égaux (par la 3 du 2.) & mettant le triangle* H *pour ſon égal* F, *le parallélogramme* DE *eſt égal au triangle* ABC.

PROPOSITION IV.

Faire un parallélogramme du triangle ABC, *ſans changer l'angle* A. (Fig. 4.)

Coupez AC en deux également en M.

Tirez MO parallele à AB & BO parallele à AC.

Le parallélogramme AO ſera égal au triangle ABC.

Les lignes AM, MC, *ſont coupées égales :* BO *eſt égale à* AM *(par la 38 du 2 :) donc* BO, MC, *ſont auſſi égales, & étant paralleles, le triangle* D *eſt égal au triangle* E *(par la 59 du 2.) Donc le parallélogramme* AO *eſt égal au triangle* ABC.

PROPOSITION V.

Faire un rectangle du parallélogramme STRO. (Fig. 5.)

Elevez TV perpendiculaire sur TR.

Coupez VI égale à TR, & le rectangle IVTR sera égal au parallélogramme OSTR, (*par la* 40 *du* 2.)

PROPOSITION VI.

Décrire un rectangle égal au triangle ABC. (Fig. 6.)

Abaissez la perpendiculaire CF, & la coupez en deux au point N.

Menez par le point N, la ligne GI parallele à AB.

Coupez NG égale à FA, & NI égale à FB.

Menez BI, AG, & ABIG sera le rectangle demandé égal au triangle donné.

La ligne NG *est coupée égale à sa parallele* FA. *&* (*par la* 36 *du* 2.) AG *est égale & parallele à* NF, *comme aussi à son égale* NC. *Donc* (*par la* 59 *du* 2) *le triangle* AGO, *est égal au triangle* CNO. *Par la même raison, le triangle* BIP *est égal au triangle* CPN.

Les lignes IG, AB *étant égales & paralleles,* BI, AG, *sont aussi paralleles* (*par la* 36 *du* 2.) *& le parallélogramme* ABIG *est rectangle; car les angles au point* F *étant droits, leurs opposés* I, G *sont droits, & les opposés à ceux-ci,* GAB, ABI *le sont aussi* (*par la* 38 *du* 2.)

PROPOSITION VII.

Réduire en triangle le quadrilatere ABDC. (Fig. 7.)

Prolongez la baſe BA vers E.
Menez AD, ſa parallele CE & la ligne DE.
Le quadrilatere ſera réduit en triangle BDE.
Les triangles ADC, ADE *ont une même baſe* AD, *& ſont entre les mêmes paralleles* AD : CE; *donc ils ſont égaux* (*par la* 42 *du* 2.) *& leur ajoutant le triangle commun* ABD, *le triangle* BDE *eſt égal au quadrilatere* ABDC (*ſuivant la* 44 *du* 2.)

PROPOSITION VIII.

Donner au triangle ABC, *la hauteur* BD. (Fig. 8.)

Menez DE parallele à la baſe BC.
Continuez un des côtés comme AB, juſqu'en F.
Tirez CF, ſa parallele AG, & la ligne FG.
Si vous mettez le Triangle AGF, pour AGC qui lui eſt égal (*par la* 42 *du* 2,) le triangle BGF ſera égal au donné ABC, & de la hauteur propoſée BD.

PROPOSITION IX.

Abaiſſer le triangle ABC *à la hauteur* AD. (Fig. 9.)

Menez DE parallele à AB.
De l'une des ſections comme G, tirez BG.
Continuez la baſe AB vers H.
Menez CH parallele à BG.

Tirez GH, & mettez le triangle AGH pour ſon égal ABC.

PROPOSITION X.

Hauſſer le triangle IKL, *juſqu'au point* M. (Fig. 10.)

Menez les lignes LM, MK, MI.

Tirez LP parallele à KM, puis menez PM.

Conduiſez auſſi LN parallele à MI, & menez MN.

Si vous donnez le triangle PLM, pour ſon égal PLK, & NLM pour ſon égal NLI, le triangle MNP ſera égal au propoſé IKL.

PROPOSITION XI.

ABC *eſt un autre triangle qu'on veut abaiſſer au point* D. (Fig. 11.)

Menez DA, DB, DC, & continuez la baſe AB de part & d'autre.

Menez CH parallele à DB, & CG parallele à DA.

Tirez DH, DG & le triangle BDH étant mis pour ſon égal BDC, & ADG pour ſon égal ADC, le triangle DGH ſera égal au propoſé ABC.

PROPOSITION XII.

Réduire le quadrilatere ABCD *en parallélogramme rectangle.* (Fig. 12.)

Tirez AC, & ſes paralleles BE, DF.

Coupez AC en deux également en G, par la perpendiculaire HI (*prop.* 1 *du* 3.)

Menez par le point C, EF parallele à IH, & le rectangle EFIH, ſera égal au quadrilatere propoſé.

Le rectangle GE, *eſt égal au triangle* ACB, *& le rectangle* GF, *l'eſt au triangle* ACD (*par la 3.*)

PROPOSITION XIII.

Réduire le trapeze ABCD *à un triangle qui ait ſon angle ſupérieur en* E. (Fig. 13.)

Continuez la baſe AB de part & d'autre.

Menez DG parallele à EB, & CF parallele à AE.

Tirez EF, EG, & les triangles AEF, BEG étant mis pour leurs égaux AEC, BED, le triangle EFG ſera égal au trapeze propoſé.

PROPOSITION XIV.

Faire du pentagone ABCDE *un quadrilatere* CDEF. (Fig. 14.)

Menez AC, ſa parallele BF, & la ligne CF.

Mettez le triangle ACF pour ſon égal ACB, & le quadrilatere DEFC ſera égal au pentagone ABCDE.

PROPOSITION XV.

Réduire en triangle le pentagone APONR. (Fig. 15.)

Prolongez la baſe ON, de part & d'autre.

Tirez AO, ſa parallele PV, & la ligne AV.

Tirez auſſi AN, ſa parallele RS, & la ligne AS.

Mettez AOV pour son égal AOP, & ANS pour son égal ANR : le triangle AVS sera égal au pentagone.

PROPOSITION XVI.

Réduire en triangle le quadrilatere ABCD *qui a un angle rentrant* BAD. (Fig. 16.)

Menez BD, sa parallele AE, & la ligne DE.

Donnez le triangle AED pour son égal AEB ; & vous aurez le triangle CDE pour le quadrilatere proposé.

PROPOSITION XVII.

Décrire un triangle égal au pentagone regulier ABD. (Fig. 17.)

Partez sur la base prolongée NM, cinq fois la longueur de la base AB, c'est-à-dire, coupez NM égale aux cinq côtés du pentagone.

Du centre R, menez RN, RM, & le triangle MRN sera égal au pentagone.

Le triangle ABR *est la cinquiéme partie du pentagone, comme il est la cinquiéme partie du triangle* NMR (*par la* 43 *du* 2.) *Donc* (*suivant la* 6 *du* 2) *le triangle* NMR *est égal au pentagone.*

PROPOSITION XVIII.

Réduire le pentagone AD, *en triangle sur le côté* AB. (Fig. 18.)

Continuez la base AE vers G.

Menez CE, sa parallele DF, & la ligne CF.

Mettez le triangle CEF pour son égal CDE, & le quadrilatere ABCF sera égal au pentagone.

Tirez BF, sa parallele CG, & la ligne BG.

Mettez le triangle BFG, pour son égal BFC, & le triangle ABG sera égal au quadrilatere ABCF.

PROPOSITION XIX.

Réduire l'exagone ABE *en triangle* AFL. (Fig. 19.)

Prolongez CD vers H, BC vers I, & AB vers L.

Menez DF, sa parallele EH; CF, sa parallele HI; BF, sa parallele IL; & la ligne FL, qui fera le triangle ALF égal à l'exagone proposé.

Supposé les lignes FH, FI; *les triangles* FDH, FDE, *sont égaux; & le pentagone* ABCDF *leur étant commun, le pentagone* FHCBA, *est égal à l'exagone* ABCDEF.

De même les triangles FCI, FCH, *sont égaux; & le quadrilatere* ABCF, *leur étant commun, le quadrilatere* ABIF, *est égal au pentagone* ABCHF.

Enfin, les triangles FBL, FBI, *sont égaux;* ABF *leur est commun: donc le triangle* AFL *est égal au quadrilatere* FABI, *& par conséquent à l'exagone proposé* ABE.

PROPOSITION XX.

Du pentagone ABCDE, *faire un triangle qui ait son angle supérieur en* O, *& sa base dans la ligne* SV. (Fig. 20.)

Tirez AC, sa parallele BF, & la ligne CF.

Tirez de même AD, sa parallele EH, & la ligne DH.

Mettez le triangle ADH pour son égal ADE, & ACF, pour son égal ACB; le trapeze CDFH sera égal au pentagone.

Réduisez ce trapeze en triangle OGI (*par la* 13.)

PROPOSITION XXI.

Du pentagone ABLD, *faire un triangle de la hauteur* IL. (Fig. 21.)

Reduisez le pentagone en triangle AEF, (*par la* 15.)

Abaissez ce triangle AEF à la hauteur IGH (*par la* 11.)

PROPOSITION XXII.

Décrire sur la ligne BD, *& sur l'angle* ABD, *un triangle égal au triangle* ABC. (Fig. 22.)

Menez CD, sa parallele BE, la ligne DE, & mettez le triangle BED pour son égal BEC.

Tirez AD, sa parallele EF, la ligne DF; & ayant mis le triangle EFD, pour son égal EFA: le triangle BDF, sera égal au proposé ABC.

PROPOSITION XXIII.

Décrire sur la ligne AF, *un triangle égal au pentagone* ABD. (Fig. 23.)

Réduisez le pentagone en triangle ABG. (*par la* 18.)

Faites le triangle AHF égal au triangle ABG. (*par la* 8.)

PROPOSITION XXIV.

Réduire en triangle le plan ABCDE *qui a un angle rentrant.* (Fig. 24.)

Continuez CD vers F, & ED vers G.

Menez AC, sa parallele BF, la ligne AF, & le triangle ACF sera égal au triangle ACB.

Menez AD, sa parallele FG, la ligne AG; puis mettant le triangle ADG pour son égal ADF, le triangle AEG sera égal au plan proposé.

PROPOSITION XXV.

Réduire en triangle le plan ABCDEF. (Fig. 25.)

Menez BD, sa parallele CG, la ligne DG.

Mettez le triangle BDG pour son égal BDC.

Menez EG, sa parallele DH, & la ligne EH.

Mettez le triangle EGH pour son égal EGD.

Menez enfin FH, sa parallele EI, & la ligne FI, puis mettez le triangle EIF pour son égal EIH, & le plan proposé sera réduit en triangle AIF.

PROPOSITION XXVI.

Allonger le parallélogramme MC, *sur la longueur* MA. (Fig. 26.)

Menez AD parallele au côté CB.
Prolongez GC jusqu'en D, & tirez DM.
Menez par le point H, EF, parallele à MA.
Le parallélogramme ME sera égal au proposé MC.
Le supplément ajouté O, *est égal au parallélogramme* P (*par la 65 du 2*).

PROPOSITION XXVII.

Réduire le parallélogramme CNOP *à la largeur* CR. (Fig. 27.)

Menez RVS parallele à CN.
Continuez PO vers K, & CN vers T.
Tirez par le point V, la diagonale CK.
Menez KT parallele à ON, & vous aurez le parallélogramme CRST, pour le proposé NP.
Le supplément ajouté TV, *est égal au retranché* VP. (*par la 65 du 2.*)

PROPOSITION XXVIII.

Décrire un quarré égal au rectangle BG. (Fig. 28.)

Continuez GD vers H, & DB vers E.
Coupez DH, égale à DB.
Coupez GH, en deux également en O.
Du point O, décrivez le demi-cercle HEG, &

le quarré DC que vous ferez sur DE, sera égal au rectangle BG.

DE *est moyenne proportionelle entre* DG *&* DH *ou* DB *son égale* (*par la* 51 *du* 3.) *Donc* (*suivant la* 64 *du* 2.) *le quarré* CD *est égal au rectangle proposé.*

Pour faire un quarré égal au parallélogramme IKLM (*Fig.* 29.) *qui n'est pas rectangle, la moyenne proportionnelle* KN, *doit être prise entre* KI *&* KP, *égale à la perpendiculaire* KO, *de même que si le parallélogramme proposé étoit rectangle.* (*Voyez la* 40 *du* 2.)

PROPOSITION XXIX.

Réduire le plan ABCDE, *entre les deux paralleles* BI, AD. (Fig. 30.)

Prolongez CD vers G, & AD vers H.

Menez EG parallele à AD, GH parallele à AC, & HI parallele à CD.

Tirez DI & le triangle CDI sera égal au triangle retranché ADE.

Les triangles ACH, ACG, *sont égaux* (*par la* 42 *du* 2.) *&* ôtant *le commun* ACD, *les triangles* CDH, ADG, *restent égaux;* CDI *est égal à* CDH, & ADE *l'est à* ADG. (*par la même* 42.) *Donc* CDI *est égal à* ADE.

PROPOSITION XXX.

Réduire en parallélogramme le quadrilatere DOPR *qui a déja les côtés* DR, PO *paralleles.* (Fig. 31.)

Coupez OD en deux également en S.

Menez TSV parallele à PR, & continuez PO jusqu'en T.

Mettez le triangle OTS pour SVD qui lui est égal (*suivant la 59 du 2.*) & vous aurez le parallélogramme RT pour le quadrilatere proposé.

PROPOSITION XXXI.

Décrire un triangle équilatéral, égal au scalene ABC. (Fig. 32.)

Faites sous la base AB, le triangle équilatéral ABD. (*prop. 12 du 3.*)

Prolongez le côté DB vers E.

Menez CE parallele à AB, & supposé la ligne AE, le triangle ABE sera égal au triangle ABC (*suivant la 42 du 2.*)

Décrivez sur DE, le demi-cercle DFE.

Elevez BF, moyenne proportionnelle entre les extrêmes BE, BD, (*prop. 51 du 3.*)

Du point B, décrivez l'arc FGH, & du point G, l'arc BH.

Menez les droites GH, BH: je dis que le triangle équilatéral BGH est égal au scalene ABC.

Les lignes BE, BF, BD, *sont proportionnelles; les triangles* BEA, BDA, *faits sur les extrêmes* BE, BD, *sont de même hauteur* AI; BG *est égale à la*

moyenne BF, *& le triangle* BGH *eſt fait ſemblable à* ABD : *donc* (*par la* 67 *du* 2) *il eſt égal au triangle* BEA, *& par conſéquent au propoſé* ABC.

PROPOSITION XXXII.

Du triangle ABC, *faire un triangle ſemblable au propoſé* O. (Fig. 33.)

Faites le triangle ACF ſemblable au triangle O. (*prop.* 27 *du* 3.)

Menez BG parallele à AC.

Prenez CH moyenne proportionnelle entre CF, & CG, (*prop.* 52. *du* 3.)

Menez HD parallele à AF, & le triangle CDH ſera ſemblable au triangle O, & égal au triangle ABC.

Les lignes CF, CH, CG *ſont proportionnelles* (*par la conſtruction.*) *Les triangles* ACF, ACG, *ſont de même hauteur* CA, *& ont pour baſes les extrêmes* CF, CG : *le triangle* CDH *fait ſur la moyenne* CH, *eſt ſemblable à* ACF *ou* O (*par la* 57 *du* 2;) *&* (*par la* 67 *du* 2) *il eſt égal à* ACG, *& par conſéquent au propoſé* ABC.

PROPOSITION XXXIII.

Tirer une ligne parallele à DE *qui faſſe avec l'angle* A, *un triangle égal au triangle* ABC. (Fig. 34.)

Menez CF parallele à DE, & prolongez AB vers F, s'il eſt néceſſaire.

Coupez AH moyenne proportionnelle entre les

extrêmes AB, AF, (*par la 52 du 3.*)

Menez HI parallele à DE ou CF, & le triangle AIH sera égal au triangle ABC.

Les triangles AFC, ABC, *faits sur les extrêmes* AF, AB, *sont de même hauteur* C; *le triangle* AHI, *décrit sur la moyenne* AH, *est semblable au triangle* AFC (*par la 57 du 2.*) *Donc* (*par la 67 du 2.*) *il est égal au triangle* ABC.

PROPOSITION XXXIV.

On demande que le côté AB *du pentagone* ABD *soit parallele à* CE. (Fig. 35.)

Prolongez les côtés EA, CB, en F.

Coupez FR moyenne proportionnelle entre FG, & FB (*prop 52 du 3.*)

Tirez le côté demandé RL, parallele à AG.

Les triangles ABF, FLR *sont égaux* (*par la précédente,*) *& ôtant le quadrilatere commun* AORF, *le triangle ajouté* OBR, *reste égal au retranché* OLA.

PROPOSITION XXXV.

Le parallélogramme ABEG *étant proposé, diriger son côté* AB *vers le point* D. (Fig. 36.)

Coupez AB en deux également en O.

Tirez du point proposé D, la ligne DOS & vous aurez le requis, le triangle ajouté OBD étant égal au retranché OAS (*par la 59 du 2.*)

PROPOSITION XXXVI.

Diriger le côté AB *du triangle* ABC, *vers le point* D. (Fig. 37.)

Prolongez BC de part & d'autre.

Menez DEF perpendiculaire sur BC.

Coupez EF égale à DE.

Tirez FG parallele à BC.

Faites sur CG, le triangle CGK égal au triangle ABC. (*prop.* 9.)

Menez DH parallele à AC.

Coupez CL égale à CK.

Retranchez de la ligne CH, la partie CM, moyenne proportionnelle entre le reste MH, & CL. (*par la* 52 *du* 3.)

Menez la ligne demandée DMI, & vous aurez le triangle CMI pour le proposé ABC.

Les lignes HM, MC, CL *ou* CK *son égale, sont coupées proportionnelles : les triangles* DHM, CGK, *faits sur les extrémes* HM, CK, *sont de même hauteur ; car les perpendiculaires* DE, EF *ont été coupées égales : & puisque* DH *est menée parallele à* CI, *le triangle* CIM, *décrit sur la moyenne* CM, *est semblable à* DHM (*par la* 59 *du* 2.). *Donc* (*par la* 67 *du* 2) CIM *est égal à* CGK, *& par conséquent au proposé* ABC, *auquel* CGK *a été fait égal.*

PROPOSITION XXXVII.

Diriger vers le point D, *le côté* AB *du plan* ABG. (Fig. 38.)

Prolongez les côtés EB, GA, jusqu'à leur rencontre en C.

Du triangle ABC, dirigez le côté AB vers D (*par la précédente.*)

PROPOSITION XXXVIII.

Décrire un exagone régulier égal au triangle ABC. (Fig. 39.)

Décrivez de telle grandeur qu'il vous plaira, l'exagone régulier D.

Faites sur AB le triangle ABE semblable au triangle D, de maniere que l'angle AEB, soit celui du centre.

Prolongez BE de part & d'autre.

Menez CF parallele à AB, & tirez AF. Le triangle ABF sera égal au triangle donné ABC (*par la* 42 *du* 2.)

Divisez BF en six parties égales, c'est-à-dire, en autant de parties que la figure doit avoir de côtés.

Coupez BG égale à la sixiéme BH.

Cherchez BM moyenne proportionnelle entre BE & BG (*prop.* 51 *du* 3.)

Du point B, décrivez l'arc MN, & du point N, le cercle BOR, l'exagone décrit dans ce cercle sera égal au triangle proposé.

Les lignes BE, BM, BG *sont proportionnelles : les triangles* BEA, BGA *faits sur les extrémes* BE, BG, *sont de même hauteur* AN ; *le triangle* BON

fait sur BN, *égale à la moyenne* BM, *est semblable au triangle* BAE : *donc il est égal au triangle* BAG : *le triangle* BAG *vaut une sixiéme partie du triangle* ABF ; *& le triangle* BON *est une sixiéme partie de l'exagone* BOR ; *donc l'exagone* BOR *est égal au triangle* ABF, *& par conséquent au triangle proposé* ABC.

PROPOSITION XXXIX.

Décrire un pentagone régulier, égal à l'irrégulier ABD. (Fig. 40.)

Reduisez le pentagone irrégulier en triangle BCF, (*prop.* 18 *ou* 19.)

Faites comme il vous plaira le pentagone régulier G.

Faites le triangle BFH équiangle au triangle G, (*prop.* 27 *du* 3.) ensorte que l'angle H, soit l'angle du centre, comme est l'angle G.

Prolongez HB vers I, & menez CK parallele à BF. La ligne FK étant tirée, BFK sera égal au triangle BFC (*par la* 42 *du* 2.)

Divisez BK en cinq parties égales, c'est-à-dire, en autant de parties qu'un pentagone a de côtés.

Tirez BM, moyenne proportionnelle entre BH & la cinquiéme partie BL (*prop.* 51 *du* 3.)

Menez BP, parallele à FH, l'angle OBP sera égal à l'angle du centre H ou G son égal (*par la* 1 du 2.)

Du point B & de l'intervalle BM, décrivez le cercle MOP, & dans ce cercle faites le pentagone demandé OPN, dont OP sera un des côtés.

Le rayon BO *est coupé égal à la moyenne* BM, *ainsi* HB, BO, BL, *sont proportionnelles.*

Les triangles HBF, BLF, *décrits sur les extrémes* HB, BL, *sont de même hauteur* RF ; *le triangle* BOP *décrit sur la moyenne* BO, *est semblable à* HBF (*par la* 58 *du* 2.) *Donc il est égal à* BLF (*par la* 67 *du* 2.)

Le triangle BLF *est la cinquiéme partie du triangle* BKF, *ou du pentagone* ABD *son égal : donc* BOP *qui est égal à* BLF, *est la cinquiéme partie du pentagone irrégulier* ABCD, *de même qu'il est la cinquiéme partie du pentagone régulier* OPN. *Donc* (*par la* 6 *du* 2) *le pentagone régulier est égal à l'irrégulier.*

PROPOSITION XL.

Le triangle ABC *est donné pour en faire un poligone semblable au poligone* DG. (Fig. 41.)

Faites le triangle ABL semblable au triangle FGH (*par la* 27 *du* 3.)

Menez CK parallele à AB.

Réduisez le plan GD, en triangle GHI (*par la* 18 *ou* 19.)

Coupez la ligne BK en M, comme GI l'est en F. (*par la* 48 *du* 3.)

Coupez BO moyenne proportionnelle entre BL & BM (*par la* 52 *du* 3.)

Tirez OP parallele à AL, le triangle OBP sera semblable au triangle ABL, (*par la* 57 *du* 2.) & par conséquent au triangle GHF.

Faites sur OP le quadrilatere OPQR, semblable au quadrilatere HFED. (*par la* 29 *du* 3.) Il est évident que le plan BR sera semblable au proposé GD (*par la* 68 *du* 2 ;) mais qu'il soit égal au triangle ABC, c'est ce qu'il faut démontrer.

La ligne BO *est coupée moyenne proportionnelle*

entre les extrémes BL, BM, *les triangles* ABM, ABL, *faits sur les extrémes* BL, BM, *sont de même hauteur* BA; *le triangle* BOP *fait sur la moyenne* BO, *est semblable au triangle* ABL. *Donc il est égal au triangle* ABM (*par la* 67 *du* 2.)

Le triangle ABK (*suivant la* 47 *du* 2,) *est au triangle* ABM *ou son égal* BOP, *comme le triangle* GHI *est au triangle* FGH, *puisque* BK *a été coupée en* M, *comme* GI *l'est en* F.

Le triangle GHF *est au plan* GD, *comme le triangle* BOP *au plan* BR (*suivant la* 70 *du* 2 :) *car les plans* GD, BR *sont semblables : le triangle* GHI *a été fait égal au plan* GD; *donc le triangle* ABK *ou* ABC *son égal, est égal au plan* BPQRO.

PROPOSITION XLI.

Décrire une figure semblable à la figure HK, *qui contienne autant d'aire que la figure* CE. (Fig. 42.)

Reduisez la figure CE, en triangle DLM (*par la* 15.)

Reduisez aussi la figure HK, en triangle IOS.

Du triangle DLM, faites le triangle NLP de la hauteur du triangle IOS, (*par la* 8.)

Prolongez OS vers Q, & coupez SQ, égale à PL, base du triangle NPL.

Tirez SR moyenne proportionnelle entre les bases QS, SO (*par la* 51 *du* 3.)

Menez OR & ses paralleles FT, GV. La base SR sera divisée en T, V; comme SO l'est en F, G (*par la* 51 *du* 2.)

Faites le triangle SRY semblable au triangle OSI,

& la figure demandée ZX sera semblable à la figure HK (*par la 29 du 3.*)

Les lignes OS, SR, SQ, *sont proportionnelles; ainsi le triangle* SRY, *qui est fait semblable à* IOS, *est égal à* ISQ (*par la 67 du 2.*)

Le triangle SRY *& le pentagone* XZ, *pris ensemble, sont faits semblables au triangle* IOS *& au pentagone* HK, *aussi pris ensemble, comme ne faisant qu'une même figure; &* (*par la 70 du 2*) *le pentagone* XZ *est au triangle* SRY, *comme le pentagone* HK *est au triangle* OSI: *le pentagone* HK *est égal au triangle* IOS; *donc le pentagone* XZ *est aussi égal au triangle* SRY, *& par conséquent au triangle* IQS; *lequel étant fait égal au plan* CE, *le plan* CE *& le pentagone* XZ *sont égaux.*

PROPOSITION XLII.

Décrire un triangle égal au cercle ABD. (Fig. 43.)

Tirez le rayon CE, & la tangente EF, égale à la circonférence du cercle (*par la 60 du 3.*)

L'expérience nous apprend qu'on ne sçauroit tirer une ligne tangente, qu'elle ne paroisse à la vûe couler l'espace de quelques dégrés dans la circonférence du cercle. Nous pouvons donc bien prendre sans aucune erreur sensible, des petites parties de circonférence pour des lignes droites. Cela supposé, venons à notre preuve.

La tangente EF, *est coupée d'autant de petites parties égales, qu'il s'en est trouvé à la premiere petite ouverture de compas, dans la circonférence du cercle* (*suivant la 60 du 3:*) *ainsi si on faisoit sur chacune de ces petites parties égales, tant de la tangente que de la circonférence, des triangles qui eussent leurs som-*

mets au centre C, *ils seroient tous égaux* (*par la* 43 *du* 2;) *& si, par exemple, le cercle contenoit* 400 *de ces petits triangles, le triangle* CEF *en contiendroit autant. Donc* (*suivant la* 75 *du* 1.) *le triangle est égal au cercle.*

PROPOSITION XLIII.

Autre maniere de décrire un triangle égal à un cercle. (Fig. 44.)

Inscrivez le triangle équilatéral ABC, & l'enneagone régulier AED.

Prolongez les côtés BC, DE, de part & d'autre.

Coupez BF égale à BA, & CG égale à CA.

Coupez aussi DH égale aux quatre côtés DBPOA. & EI égale à DH, afin que HI soit égale aux 9 côtés de l'enneagone, comme FG l'est aux trois côtés du triangle équilateral.

Tirez le diamétre AS, & le continuez vers N.

Décrivez un arc par les points HF, GI (*prop.* 33 *du* 3.)

Menez la parallele ou tangente LSM, elle sera égale à la circonférence du cercle ABC.

Si vous prenez une petite partie (*suivant la* 60 *du* 3.) *elle se trouvera autant de fois dans la circonférence du cercle que dans la tangente* LM.

Menez du centre R, les lignes RL, RM, & le triangle LMR sera le demandé (*suiv. la précédente*)

PROPOSITION XLIV.

Réduire en cercle le triangle ABC (Fig. 45.)

Coupez la base BA en deux également au point D.

Elevez la perpendiculaire DE.

Menez CF parallele à la baſe BA.

Du point F, décrivez le cercle DOP.

Réduiſez ce cercle en triangle FGH (*par la précédente.*)

Coupez DI moyenne proportionnelle entre DA & DG (*par la 52 du 3.*)

Menez IK parallele à GF.

Du point K décrivez le cercle DMN, il ſera égal au triangle ABC. Tirez AF, BF.

Les triangles DGF, DIK, *ſont ſemblables* (*par la 57 du 2;*) *ainſi ils ſont en raiſon doublée de leurs côtés ou perpendiculaires,* DF, DK (*par la 66 du 2.*) *Les cercles* DOP, DMN, *ſont auſſi en raiſon doublée des mêmes perpendiculaires, leſquelles ſont leurs rayons ou demi-diamétres. Donc comme le triangle* DFG *eſt au triangle* DIK, *le cercle* DOP *eſt au cercle* DMN, *& par échange, comme le triangle* DFG *eſt au cercle* DOP, *le triangle* DIK *eſt au cercle* DMN: *le cercle* DOP *eſt double du triangle* DFG; *donc le cercle* DMN *eſt auſſi double du triangle* DKI, *lequel eſt fait égal au triangle* ADF (*ſuivant la 33.*) *Le triangle* ABF *eſt double du triangle* AFD, *donc le cercle* DNM *eſt égal au triangle* ABF *& par conſéquent au donné* ABC; *ces triangles* ABF, ABC *étant égaux* (*par la 42 du 2.*)

PROPOSITION XLV.

Décrire ſur la ligne droite GF, *un ovale égal au cercle* ABC. (Fig. 46.)

Que le centre E du cercle propoſé ſoit dans le milieu de la ligne GF.

De ce point E, élevez la perpendiculaire EC.

Tirez CG & la coupez en deux également en H.
Tirez sur CG la perpendiculaire HI.
Du point I décrivez le demi-cercle GCK.
Portez FK sur EC de E en M, & de E en L.
Les droites GF, LM, seront les deux diamétres sur lesquels vous ferez l'ovale demandé (*par la 56 du 3.*)

Les demi-diamétres GE, EC, EM *ou son égal* EK, *sont proportionnels* (*suivant la 51 du 3 :*) *ainsi les diamétres* GF, CD, LM, *le sont aussi.*

Or, si on suppose, comme il est évident, qu'il y a même raison du cercle CD *à l'ovale, qu'il y auroit d'un quarré fait sur le diamétre de ce cercle* CD, *au rectangle compris sous le grand & le petit diamétre de l'ovale ; on doit conclure que le cercle* CD *est égal à l'ovale ; de même que le quarré seroit égal au rectangle* (*suivant la 64 du 2.*)

PROPOSITION XLVI.

Décrire un cercle à l'ovale GLFM. (Fig. 46.)

Tirez les diamétres GF, ML, se coupant à angles droits en E (*par la 57 du 3.*)
Coupez EC moyenne proportionnelle entre les diamétres EG, & EM, ou EK son égale (*par la 51 du 3.*)
Du centre E décrivez le cercle demandé ADBC.

La démonstration est l'inverse de la précédente.

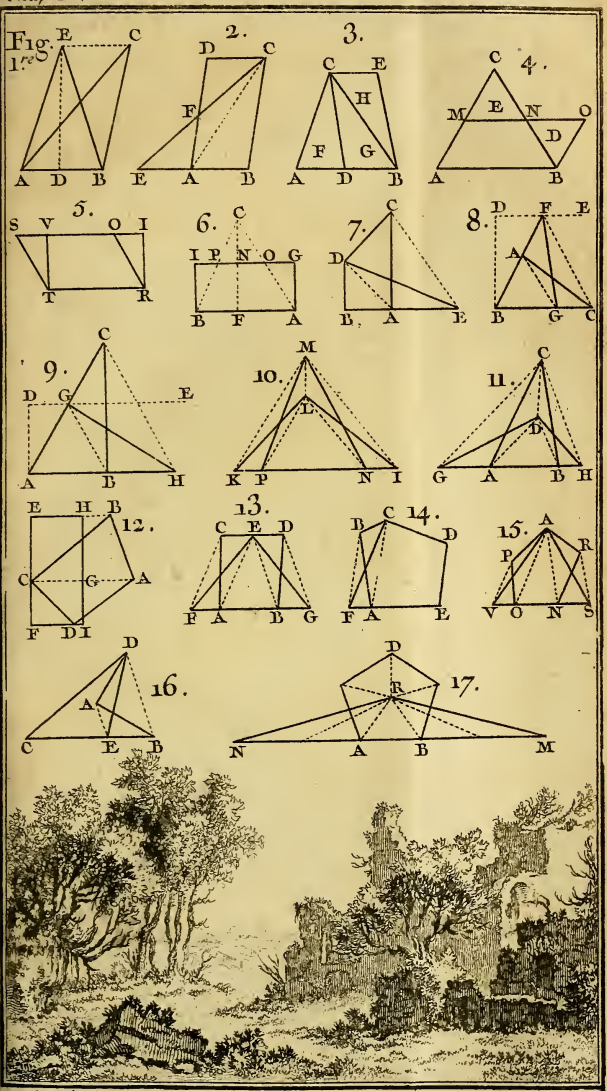
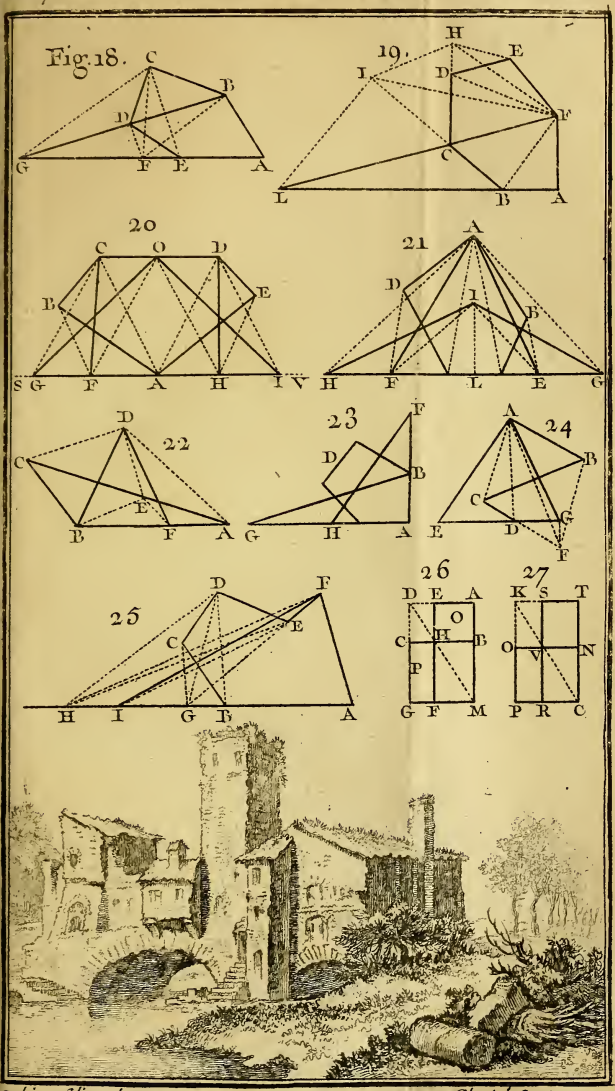


Fig. 1re
E C A D B
2.
D C F E A B
3.
C E H F G A D B
4.
C M E N O D A B
5.
S V O I T R
6.
C I P N O G B F A
7.
C D B A E
8.
D F E A B G C
9.
C D G E A B H
10.
M L K P N I
11.
C D G A B H
12.
E H B C G A F D I
13.
C E D F A B G
14.
B C D F A E
15.
A P R V O N S
16.
D A C E B
17.
D R N A B M



Cochin filius inv. Chedel Sculp. 17

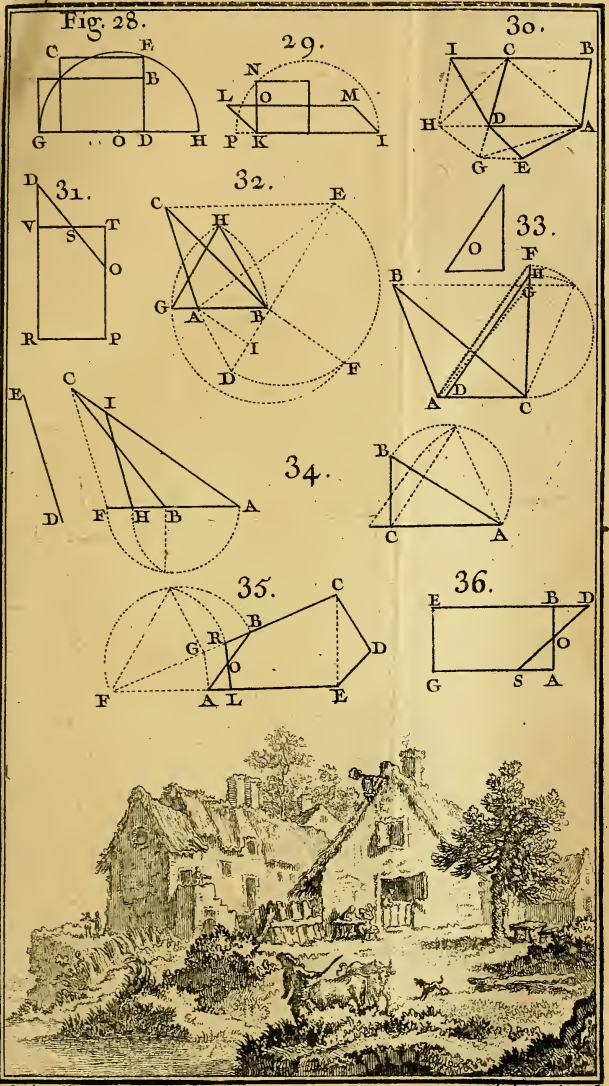
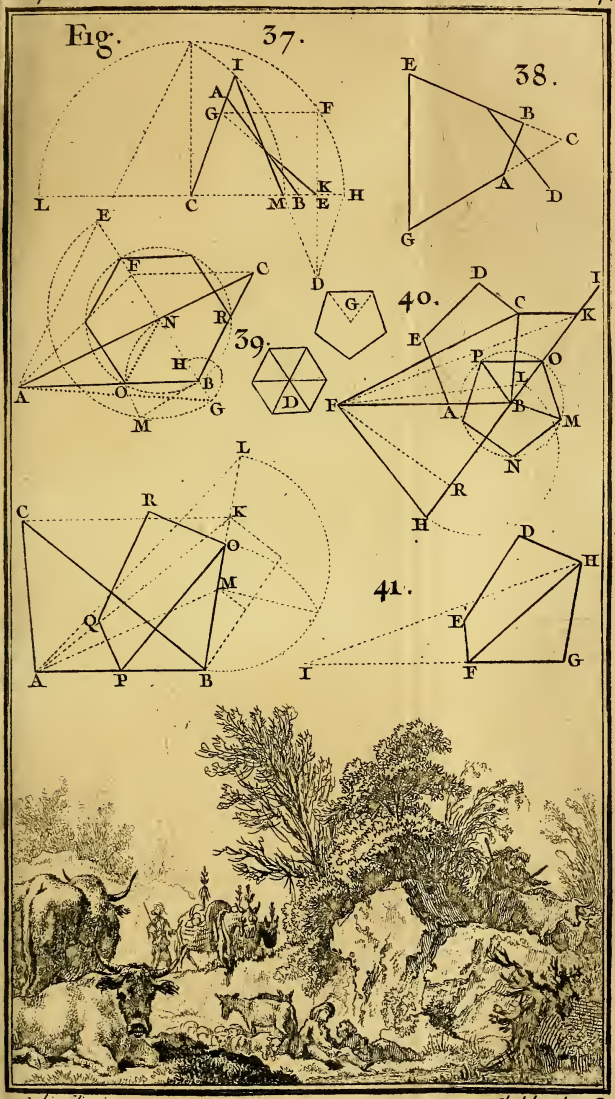


Fig. 28.
C
E
B
G
O
D
H
29.
N
L
O
M
P
K
I
30.
I
C
B
H
D
A
G
E
31.
D
V
S
T
O
R
P
32.
C
E
H
G
A
B
I
D
F
33.
O
F
B
H
G
D
A
C
34.
B
C
A
35.
C
B
R
G
O
D
F
A
L
E
36.
E
B
D
O
G
S
A



Schin filius inv. Chedel Sculp. 19

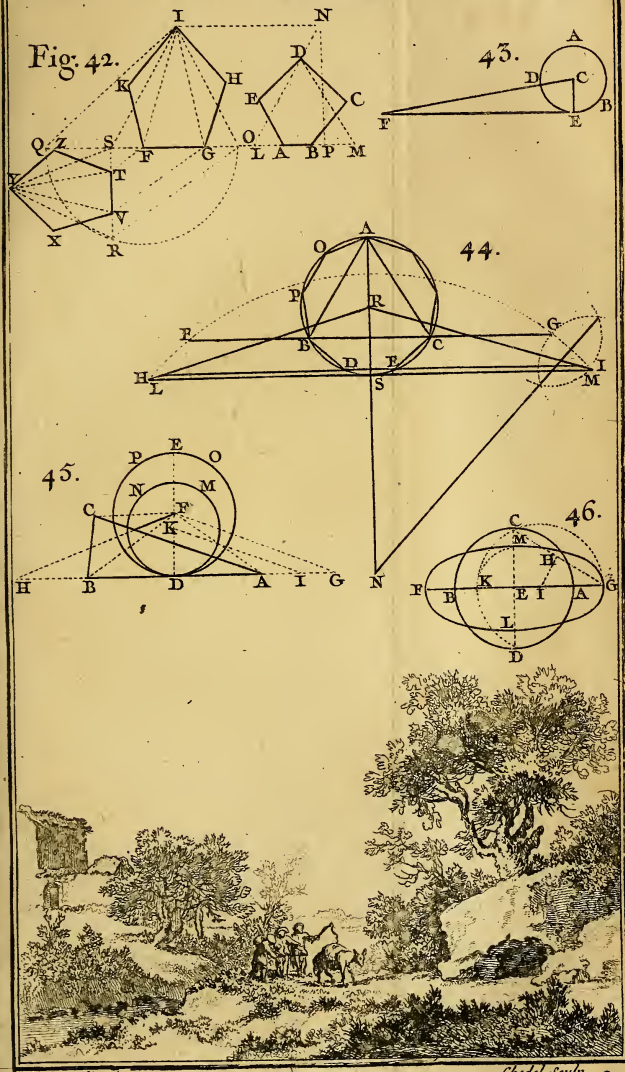


Fig. 42.
I
N
K
H
D
E
C
Q
Z
S
F
G
O
L
A
B
P
M
T
V
X
R
43.
A
D
C
B
F
E
44.
A
O
P
R
F
G
B
C
D
F
I
H
L
S
M
45.
E
P
O
N
M
C
F
K
H
B
D
A
I
G
N
46.
C
M
H
F
K
G
B
E
I
A
L
D

CHAPITRE V.

De la diviſion des Plans.

PROPOSITION I.

Partager le triangle ABC *en trois parties égales, par des lignes tirées de l'angle* C. (Fig. 1.)

DIVISEZ la baſe AB en trois parties égales ADEB.

Menez les lignes CD, CE, elles feront le partage demandé (*ſuivant la* 43 *du* 2.)

PROPOSITION II.

Partager le quadrilatere BD *en deux également, par une ligne tirée de l'angle* C. (Fig. 2.)

Réduiſez le quadrilatere en triangle BCE (*par la* 7 *du* 4.)

Diviſez la baſe BE en deux au point F, & la ligne CF fera le partage demandé.

Le triangle BCE *eſt fait égal au quadrilatere propoſé ;* BCF *eſt moitié du triangle* BCE, *donc il eſt moitié du quadrilatere* BD

PROPOSITION III.

Partager le quadrilatere AC *en deux, par une ligne menée de l'angle* B. (Fig. 3.)

Réduisez le quadrilatere en triangle BCE.

Coupez ce triangle BCE en deux également par la ligne BF.

Menez BD, sa parallele FG & la ligne BG, qui fera le partage du quadrilatere.

Donnant le triangle BDG, *pour son égal* BDF, *le quadrilatere* GBCD *est égal au triangle* BCF.

PROPOSITION IV.

Diviser le quadrilatere AC *en trois également par deux lignes menées de l'angle* D. (Fig. 4.)

Tirez AC & la divisez en trois parties égales AEHC; c'est-à-dire, divisez cette ligne en autant de parties qu'il faut partager le quadrilatere.

Menez BD, ses paralleles EI, HL, & les lignes DI, DL qui feront le partage demandé.

Les lignes DE, DH, BE, BH, *divisent les triangles* ACD, ACB, *chacun en trois triangles égaux (par la* 43 *du* 2) & (*par la* 4 *du* 2) *les quadrilateres* ABED, EDHB, HDCB, *sont égaux & valent chacun un tiers du quadrilatere* ABCD.

La ligne EI *a été menée parallele à* BD, *ainsi les triangles* EID, EIB, *qui ont une même base* EI *sont égaux; desquels le commun* EIO *étant ôté, reste* DEO *égal à* BIO, & *donnant l'un pour l'autre,* AID *est égal au quadrilatere* ABED.

De même, mettant le triangle DHS *pour son égal*

BLS, *le triangle* CDL *eſt égal au quadrilatere* BCDH.

Enfin, puiſque le triangle BLS *eſt égal au triangle* DHS, *& le triangle* BIO, *au triangle* DEO, *le quadrilatere* BIDL *eſt auſſi égal au quadrilatere* EDHB.

PROPOSITION V.

Conduire de l'angle A, *des lignes qui partagent le pentagone* CD *en trois parties égales.* (Fig. 5.)

Réduiſez le pentagone en triangle AFG (*par la* 15 *du* 4.)

Diviſez la baſe FG en trois parties égales FHIG.

Menez de l'angle A, les lignes demandées AH, AI.

Le triangle AFG *eſt fait égal au pentagone* CD; *& les lignes* AH, AI, *le partagent en trois triangles égaux : donc le triangle commun* AIH *eſt le tiers du pentagone* CD, *comme il eſt le tiers du triangle* AFG.

Les triangles ABC, ABF, *ſont égaux,* (*par la* 42 *du* 2) *& leur ajoûtant le commun* ABH, *le quadrilatere* ACBH *eſt égal au triangle* AFH.

Par la même raiſon le quadrilatere AIED *eſt égal au triangle* AIG.

PROPOSITION VI.

Diviſer le pentagone BM *en quatre parties égales par des lignes tirées du point* A. (Fig. 6.)

Réduiſez le pentagone donné en triangle ABF (*par la* 18 *du* 4.)

Diviſez la baſe BF, en quatre parties égales 1, 2, 3, 4.

Menez AC, & ſes paralleles 2, 2, 3, 3.

Des points 1, 2, 3, qui ſe rencontrent dans les côtés de la figure, tirez des lignes à l'angle A, elles feront le partage demandé.

1. *Le triangle* ABO *étant une quatriéme partie du triangle* ABF, *qui eſt fait égal au pentagone* BM, *il eſt auſſi une quatriéme partie du même pentagone.*

2. *Suppoſé la ligne* AG, *les triangles* ACH, ACG *ſont égaux (par la* 42 *du* 2 :) *& le triangle commun* ABC *leur étant ajouté, le quadrilatere* ABCH *eſt égal au triangle* ABG : *donc le quadrilatere* ABCH *contient la moitié du pentagone* BM, *comme le triangle* ABG *contient la moitié du triangle* ABF.

Enfin, les triangles ACL, ACN, *ſont égaux, le triangle* ABC *leur eſt commun. Donc le quadrilatere* ABCN, *eſt égal au triangle* ABL : *ce triangle contient trois quarts du triangle* ABF ; *donc le quadrilatere* ABCN, *contient trois quarts du pentagone propoſé.*

PROPOSITION VII.

Diviſer le plan BC *en ſix parties égales, par des lignes menées à l'angle* A. (Fig. 7.)

Réduiſez ce plan en triangle ABI (*par la* 19 *du* 4.)

Diviſez la baſe BI en ſix parties égales 1, 2, 3, 4, 5, 6.

Continuez HG vers N, GF vers O, FE vers P.

Menez AH & ſes paralleles 22, 33, 44, 55.

Tirez AG, & ſes paralleles 33, 44, 55.

Menez AF, & ſes paralleles 44, 55.

Menez auſſi AE, & ſa parallele 55.

Si des points 1, 2, 3, 4, 5, qui ſe rencontrent dans les côtés du plan, vous menez des lignes au point A, elles feront la diviſion requiſe.

Suppoſé les lignes AM, AN, AO, AP. *Les lignes* AH, MN, *étant paralleles, le triangle* AHN *eſt égal à* AHM (*par la* 42 *du* 2.)

Par la même raiſon AGO *eſt égal à* AGN; AFP *l'eſt à* AFO; *&* AER *à* AEP: *ainſi la ligne* AR *coupe du plan propoſé la partie* ABHGFER, *égale au triangle* ABM.

Le triangle ABI *eſt fait égal au plan propoſé; donc le triangle* ARC *eſt égal au triangle* AIM (*par la* 5 *du* 2.)

Le triangle AIM *eſt la ſixiéme partie du triangle* ABI, *donc* ARC *eſt la ſixiéme partie du plan propoſé.*

Les autres diviſions ſe prouveront de même, ou par la précédente.

PROPOSITION VIII.

Tirer de l'angle A *une ligne qui partage le plan* BCE *en deux également.* (Fig. 8.)

Réduisez le plan CBE en triangle ABG.

Coupez BG en deux parties égales au point I.

Le triangle ABI vaudra la moitié du plan proposé.

Prolongez CD vers H.

Menez AC, sa parallele IH, la ligne AH, & donnez le triangle ACH pour son égal ACI.

Tirez AD, sa parallele HL, & le triangle ADL étant mis pour son égal ADH, la ligne AL fera le partage demandé.

PROPOSITION IX.

Diviser le plan BE *en deux également par une ligne menée de l'angle* A. (Fig. 9.)

Réduisez ce plan en triangle AEF (*par la 24 du 4.*)

Coupez la base EF en deux au point G, & menez AG.

Si le triangle AGE *étoit entiérement dans le plan proposé* BE, *le partage seroit fait; mais la partie* CIH *en étant dehors, il faut la faire rentrer comme il s'ensuit.*

Menez CG, sa parallele DL, la ligne LC; puis donnez le triangle IDG, pour son égal ICL.

Tirez encore AC, sa parallele LO, puis donnez le triangle AOH pour son égal CHL, & la ligne AO fera le partage demandé.

PROPOSITION X.

Diviſer le triangle ABC *en trois parties égales, par des lignes conduites au point* D. (Fig. 10.)

Diviſez la baſe AB en trois parties égales AFEB.

Menez CD, & ſes paralleles EG, FH.

Tirez les lignes DG, DH, elles feront le partage du triangle.

Suppoſé les lignes CE, CF, *elles diviſent le triangle* ABC *en trois triangles égaux.*

Mettez le triangle EGD *pour ſon égal* EGC; BDG *ſera égal au triangle* BCE.

Par la même raiſon, ADH *ſera égal au triangle* ACF; & DGCH, *à* CEF.

PROPOSITION XI.

Diviſer le pentagone RS *en trois parties égales, par des lignes tirées du point* F. (Fig. 11.)

Réduiſez ce pentagone en triangle DCH (*par la* 15 *du* 4.)

Coupez CH en trois parties égales CABH.

Menez DF, & ſes paralleles AG, BE.

Tirez les lignes FG, FE, elles feront le partage du pentagone (*ſuivant la précédente.*)

PROPOSITION XII.

Tirer du point G *une ligne qui diviſe le plan* BCF *en deux également.* (Fig. 12.)

Réduiſez le plan propoſé en triangle BCH (*par la* 25 *du* 4.)

Diviſez la baſe BH en deux au point I, & le

triangle BCI sera moitié du triangle BCH.

Menez DI, sa parallele CK & la ligne IK, qui divisera le plan BCF en deux également : car mettant le triangle DIK pour son égal DKC, la partie IKDCBI sera égale au triangle BCI.

Tirez GK, sa parallele IL & la ligne GL ; puis donnez le triangle GKL pour son égal GKI.

Tirez GE, sa parallele LM, & la ligne GM, qui fera le partage demandé, en donnant le triangle GEM pour son égal GEL.

PROPOSITION XIII.

Partager le pentagone ABO *en trois parties égales par des lignes tirées du point* F, *ensorte que la ligne* AF, *fasse une des divisions.* (Fig. 13.)

Réduisez le pentagone en triangle FGH (*par la* 21 *du* 4.)

Coupez AD égale à HK, tierce partie de la base GH ; & le triangle ADF, vaudra un tiers du triangle FGH.

Menez FI, sa parallele DE, la ligne EF : & le triangle FIE étant mis pour son égal FID, le quadrilatere AFEI, sera un tiers du pentagone.

Coupez AL égale à AD, & le triangle ALF sera égal au triangle ADF, tiers du triangle FGH.

Continuez AO vers M : menez LM parallele à AF : & supposé la ligne FM, le triangle AFM sera égal au triangle AFL.

Tirez FO, sa parallele MN, la ligne FN, & donnant le triangle FON, pour FOM son égal ; le quadrilatere AFNO, sera égal au triangle AFL.

PROP.

PROPOSITION XIV.

Partager en trois parties égales le pentagone régulier ACE, *par des lignes tirées du centre* B. (Fig. 14.)

Diviſez le contour du pentagone en trois parties égales aux points A, L, M, (*par la 59 du 3.*)

De ces points A, L, M, menez des lignes au centre B, elles feront le partage demandé.

Que chaque côté du pentagone ſoit diviſé en trois parties égales, & que de chacune de ces parties on mene des lignes au centre B: *le poligone ſera diviſé en 15 petits triangles, qui étant tous de même hauteur, ſeront égaux. Or, il eſt évident que les lignes* BA, BL, BM, *comprennent entr'elles trois parties qui renfermeront chacune cinq de ces petits triangles: donc ces trois parties ſont égales* (*ſuivant la 75 du 1.*)

PROPOSITION XV.

Diviſer le triangle ABC *en trois parties égales par des lignes menées au point* D, *pris hors le triangle.* (Fig. 15.)

Diviſez le triangle propoſé en trois parties égales par les lignes CE, CF, (*ſuivant la 1.*)

Dirigez CE, côté du triangle BCE, vers D, (*par la 36 du 4.*) & vous aurez le triangle BGH pour le triangle BCE.

Dirigez de même CF, côté du triangle ACF, vers le point D, & vous aurez AIK pour ACF; & GIKCH, pour CEF.

PROPOSITION XVI.

Diviſer le parallélogramme BD *en quatre parties égales, par des lignes conduites au point* E. (Fig. 16.)

Coupez les côtés AD, BC, chacun en deux également aux points F, G.

Menez FG, & la coupez en quatre parties égales FHIKG.

Tirez les lignes EKN, EIM, EHL; elles feront la diviſion du parallélogramme.

Suppoſé les lignes TP, VM, XO, *paralleles à* AD *: elles diviſeront le parallélogramme* BD *en quatre autres parallélogrammes égaux* BX, OV, MT, PD (*par la* 41 *du* 2;) *& mettant le triangle* KXY *pour* KNO *qui lui eſt égal (par la* 59 *du* 2,) *le quadrilatere* BCYN *eſt égal au parallélogramme* BCXO.

Par la même raiſon le quadrilatere MNYV *eſt égal au parallélogramme* MOXV, *& ainſi des autres.*

PROPOSITION XVII.

Menez du point F *des lignes qui partagent le pentagone* ABD *en trois parties égales.* (Fig. 17.)

Réduiſez le pentagone en triangle DGH (*par la* 15 *du* 4.)

Diviſez la baſe GH en trois parties égales aux points, K, L, & menez DL, DK, leſquelles diviſeront le pentagone en trois parties égales (*ſuivant la* 5.)

Continuez les côtés AB, DC en I.

Dirigez DL, côté du triangle DLI, vers le point F (*par la 36 du 4;*) c'eſt-à-dire, faites du triangle DLI le triangle POI ayant le côté PO dirigé vers F.

Faites de même le triangle ENR, égal au triangle DEK.

PROPOSITION XVIII.

Partager en trois également le triangle ABC, *par des lignes tirées aux points* D, E, *pris dans la baſe* AB *qui en eſt coupée en trois parties inégales.* (Fig. 18.)

Diviſez AB en trois parties égales aux points N, O, & les lignes CO, CN, diviſeront le triangle ABC en trois triangles égaux CBN, CNO, COA.

Tirez CD, ſa parallele OG, & la ligne DG.

Mettez le triangle GOD pour ſon égal GOC, & ADG ſera égal au triangle ACO.

Menez CE, ſa parallele NH, & la ligne EH.

Mettez le triangle NHE pour ſon égal NHC; le triangle AEH, ſera égal aux deux triangles AOC, ONC, c'eſt-à-dire, au ſeul ANC; & le quadrilatere BCHE le ſera au troiſiéme triangle BCN (*ſuivant la 5 du 2.*)

PROPOSITION XIX.

Le trapeze AC *ayant les côtés proposés* AB, CD *paralleles, eſt donné pour être partagé en trois également par les points* E, F, *qui diviſent la baſe* AB *en trois parties égales.* (Fig. 19.)

Diviſez CD comme AB, c'eſt-à-dire, en trois parties égales, puis menez les lignes FH, EG, qui feront le partage demandé (*par la 49 du 2.*)

PROPOSITION XX.

Le trapeze HK, *a les côtés* IH, KS, *paralleles; & on veut le partager en trois parties égales par les points* L, M, *qui diviſent inégalement la baſe* HI. (Fig. 20.)

Coupez les côtés paralleles IH, KS, chacun en trois également aux points D, N; R, O; & les lignes DR, NO, diviſeront le trapeze propoſé en trois quadrilateres égaux IKDR, RDNO, ONSH (*par la précédente.*)

Menez DM, ſa parallele RT, & donnant le triangle DMT pour ſon égal DMR, la ligne MT coupera le quadrilatere IMTK, égal au quadrilatere IRDK.

Menez LN, ſa parallele OP, & la ligne LP, qui coupera le quadrilatere ILPK, égal au quadrilatere IONK : & LPSH reſtera égal au quadrilatere ONSH (*ſuivant la 5 du 2.*)

PROPOSITION XXI.

Des points D *&* C, *pris comme on voudra dans la baſe* IA, *partager le quadrilatere* AB *en trois parties égales.* (Fig. 21.)

Réduiſez le quadrilatere propoſé en triangle AEF (*par la* 7 *du* 4.)

Coupez la baſe FA en trois parties égales FVGA: les lignes EG, EV diviſeront le triangle AEF en trois triangles égaux.

Menez CE, ſa parallele GH, la ligne CH; & le triangle CEH étant mis pour ſon égal CEG, le quadrilatere ACHE ſera égal au triangle AGE.

Tirez DE, ſa parallele VT, & la ligne DT.

Donnez le triangle DET pour ſon égal DEV, le quadrilatere ADTE, ſera égal au triangle AEV: & le quadrilatere DIBT, le ſera au triangle EFV (*par la* 5 *du* 2.)

PROPOSITION XXII.

Diviſer du point D *le plan* BV *en deux parties, qui ſoient entr'elles comme les deux parties de la ligne* RS. (Fig. 22.)

Réduiſez le plan BV, en triangle BCK (*par la* 19 *du* 4.)

Coupez BK en M, comme RS eſt coupée en E (*par la* 48 *du* 3.)

Tirez CM, & les triangles BCM, MCK, ſeront entr'eux comme leurs baſes; c'eſt-à-dire, comme les parties de la ligne RS (*ſuivant la* 47 *du* 2.)

Continuez le côté CP, vers O.

Menez CD, ſa parallele MO, la ligne DO, & mettez le triangle CDO pour ſon égal CDM.

Menez DP, ſa parallele OI, & la ligne DI qui fera le partage demandé : car le triangle DPI étant donné par ſon égal DPO, la partie BI ſera égale au triangle BCM ; & la partie DV le ſera au triangle MCK (*par la 5 du 2.*)

PROPOSITION XXIII.

Partager le plan FC, *en trois parties égales ſur trois parties égales* AILB. (Fig. 23.)

Prolongez de part & d'autre le côté DE, qui eſt parallele à la baſe AB.

Réduiſez le plan FC en quadrilatere GABH.

Diviſez GH, en trois parties égales GNOH.

Menez des lignes IN, LO, qui diviſeront le quadrilatere ABHG en trois quadrilateres égaux, GAIN, NILO, OLBH (*ſuivant la 49 du 2.*)

Menez DL, ſa parallele OP, & les lignes IN, LP, feront le partage demandé.

Le trapeze EAIN *étant commun aux deux triangles égaux* AEG, AEF, *la premiere partie* AINEF, *eſt égale au quadrilatere* AING.

De même, le trapeze ILDN *étant joint aux deux triangles égaux* LDP, LDO ; *la ſeconde partie* ILDPN *eſt égale au quadrilatere* ILON : *& (par la 5 du 2.) la troiſiéme partie* LBCP, *eſt égale au quadrilatere* LBHO.

PROPOSITION XXIV.

Partager le plan CF *en deux parties qui ſoient entr'elles comme les parties* AN, NB, *de la baſe* AB. (Fig. 24.)

Menez par le point E la ligne OH, parallele à AB.

Réduiſez le plan propoſé CF en trapeze ABHO.

Prolongez HB, OA, juſqu'à leur rencontre en P.

Du point P, menez PNI, qui diviſera OH en I, comme AB l'eſt en N, (*ſuivant la 46 du 3 :*) & les quadrilateres ANIO, BNIH, ſeront entr'eux comme leurs baſes AN, NB, (*ſuivant la 49 du 2.*)

Tirez EN, ſa parallele IL, puis LN, qui fera le partage demandé.

Si on ajoute aux triangles égaux BEH, BEF, *le commun* BEN ; *les quadrilateres* BNEH, BNEF, *ſeront égaux : deſquels ôtant les triangles égaux* ENI, ENL, *ſçavoir* ENI, *du quadrilatere* BNEH ; & ENL *du quadrilatere* BNEF ; *le quadrilatere* BNLF *reſtera égal au quadrilatere* BNIH : & *le plan propoſé* CF, *étant égal au trapeze* ABOH, *ſa partie* NLC, *reſtera auſſi égale au quadrilatere* ANIO. *Donc la ligne* NL *partage le plan* CF, *comme* NI *partage le trapeze* ABOH, *ſçavoir en deux parties qui ſont entr'elles, comme leurs baſes* AN, NB.

PROPOSITION XXV.

Partager le triangle ABC *en trois parties égales, par des lignes paralleles au côté* AC. (Fig. 25.)

Diviſez AB en trois parties égales AEDB, & les lignes CE, CD, diviſeront le triangle ABC en trois triangles égaux.

Décrivez le demi-cercle AGB.

Elevez les perpendiculaires EH, DG.

Du point B, décrivez les arcs HP, GR.

Menez les paralleles demandées PF, RV.

Le triangle ABC *eſt diviſé en trois triangles égaux par les lignes* CE, CD *: le triangle* BPF *eſt égal à* BCE *: &* BRV, *l'eſt à* BCD (*par la 33 du 4.*)

PROPOSITION XXVI.

Partager le parallélogramme AC *en trois parties égales, par des lignes paralleles aux côtés* AD, BC. (Fig. 26.)

Coupez les côtés CD, BA, chacun en trois parties égales aux points FE, HG.

Menez les lignes EG, FH, elles feront le partage demandé (*ſuivant la 41 du 2.*)

PROPOSITION XXVII.

Diviſer le trapeze régulier AIML, *en trois parties égales, par des lignes ou coupures paralleles au côté* AL. (Fig. 27.)

Diviſez les côtés AL, IM, chacun en deux également, aux points O, P.

Menez OP & la coupez en trois parties égales, P, S, R, O.

Tirez par les points S, R, les paralleles demandées XZ, VY.

Suppoſé la ligne NOG *parallele à* VY. *Les parallélogrammes* AX, ZV, YN, *ſont égaux (par la 41 du 2.) Le triangle* GIO *eſt égal au triangle* MNO *(par la 59 du 2 :) ainſi, mettant l'un pour l'autre, le trapeze* IYVM *eſt égal au parallélogramme* NVYG.

PROPOSITION XXVIII.

Diviſer le quadrilatere ABDC *en deux parties égales, par une ligne paralle au côté* BD. (Fig. 28.)

Continuez les côtez BA, DC, juſqu'en E.

Réduiſez le quadrilatere propoſé en triangle BDF *(par la 7 du 4.)*

Coupez la baſe BF en deux également en G.

Coupez EI moyenne proportionnelle entre EG & DE *(par la 52 du 3.)*

Menez IL parallele à BD, elle coupera le quadrilatere propoſé en deux également.

Les triangles ADF, ADC, *ſont égaux : deſquels ſi l'on retranche le commun* ADO, *les triangles* DOC, AFO, *reſtent égaux : & joignant à ces triangles égaux le quadrilatere* CEFO ; *le triangle* ACE, *eſt égal au triangle* DEF (*par la* 4 *du* 2.)

Les lignes EG, EI, EB, *ſont proportionnelles : & les triangles* EGD, EBD, *ſont de hauteur égale : donc le triangle* ILE, *qui eſt ſemblable au triangle* BED (*ſuivant la* 57 *du* 2) *eſt égal au triangle* DEG (*par la* 67 *du* 2.)

Or, ôtant de ces triangles égaux EGD, EIL : *les égaux, ſçavoir* DEF, *du triangle* EGD : & ACE *du triangle* EIL : *reſte* ACLI, *égal à* DFG, *moitié du triangle* BDF, *lequel eſt fait égal au quadrilatere* BC. *Donc, &c.*

PROPOSITION XXIX.

Partager le quadrilatere AC *en deux également par une ligne qui ſoit parallele au côté* BC. (Fig. 29.)

Réduiſez le quadrilatere propoſé en triangle ADF.

Diviſez AF en deux parties égales au point G, & menez DG.

Prolongez les côtés AB, DC, en E.

Menez GI parallele à BC.

Coupez EL, moyenne proportionnelle entre EI & ED (*par la* 52 *du* 3.)

Menez la demandée LM parallele à BC.

Les triangles DEG, IEG, *eu égard à leurs baſes* DE, EI, *ſont de même hauteur. Le triangle* ELM *eſt ſemblable à* GEI : *donc il eſt égal à* DEG (*par la* 67 *du* 2.)

Le triangle BDF *eſt fait égal au triangle* BDC : *donc* SCD, BFS *ſont égaux : auſquels le quadrilatere* CEFS *étant joint,* DEF *eſt égal à* BCE : *& retranchant* DEF, *de* DEG ; *&* BCE *de* ELM ; *reſte* BCLM *égal au triangle* DFG.

Le triangle AFD *eſt fait égal au quadrilatere* AC : DFG *eſt moitié de* AFD : *donc* BCLM, *qui eſt égal à* DFG, *eſt moitié du quadrilatere* AC.

PROPOSITION XXX.

Partager l'exagone régulier AD *en quatre parties égales par des lignes paralleles à la diagonale* CF. (Fig. 30.)

Diviſez les trapezes ABCF, CDEF, chacun en deux parties égales (*par la* 28.)

PROPOSITION XXXI.

Partager l'exagone ABD *en trois parties égales qui ſoient concentriques.* (Fig. 31.)

Du centre G, menez des rayons à tous les angles de l'exagone.

Coupez un de ces rayons, par exemple, AG, en trois parties égales AIHG.

Coupez NG, moyenne proportionnelle entre GA & GI.

Coupez auſſi GO, moyenne proportionnelle entre GA & GH (*par la* 52 *du* 3.)

Menez de rayon en rayon, les paralleles NNN, OOO, qui feront le partage demandé.

Les paralleles NN, OO, *diviſent le triangle* DGC *en trois parties égales* (*par la* 25 :) *& les autres*

triangles ſont diviſés de même (ſuivant la 51 du 2.) Donc (par la 4 du 2.) l'exagone eſt partagé en trois parties égales.

PROPOSITION XXXII.

Du quarré AC *en faire trois qui ſoient égaux entr'eux.* (Fig. 32.)

Diviſez CD en trois parties égales DEFC.

Décrivez le demi-cercle DNC.

De la premiere diviſion E, élevez la perpendiculaire EN, & le quarré de DN ſera égal au rectangle AE (*par la 45 du 2.*) lequel rectangle faiſant un tiers du quarré AC, trois quarrés comme LN, ſeront égaux, pris enſemble, au même quarré AC.

La même choſe doit s'entendre de tous autres plans (*ſuivant la 71 du 2.*) ainſi l'exagone O (*Fig. 33.*) vaut un tiers de l'exagone P; & le cercle X (*Fig. 34.*) eſt triple du cercle V.

PROPOSITION XXXIII.

Du quarré AC *en faire trois autres qui ſoient entr'eux comme les rectangles* AE, RF, VC. (Fig. 35.)

Décrivez le demi-cercle DOC.

Elevez la perpendiculaire EH, & DH ſera le côté d'un quarré égal au premier rectangle (*ſuiv. la préc.*)

Coupez DI égale à EF; & ſuppoſé la perpendiculaire IN, la ligne DN ſera le côté d'un quarré égal au rectangle RF.

Coupez de même DL égale à CF. Elevez la perpendiculaire LO, & DO ſera le côté d'un quarré égal au troiſiéme rectangle CV.

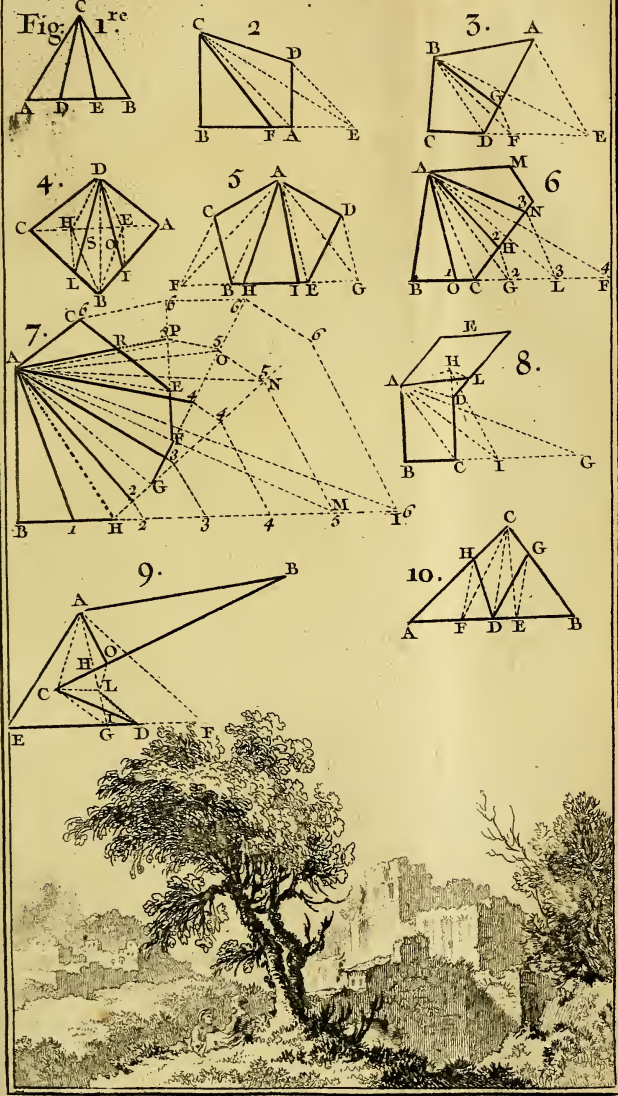
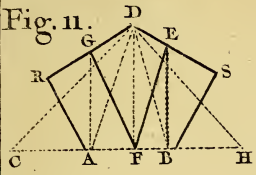
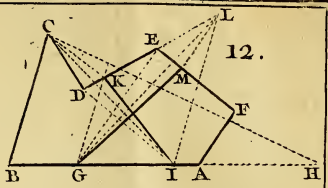


Fig. 1re
2
3.
4.
5
6
7.
8.
9.
10.

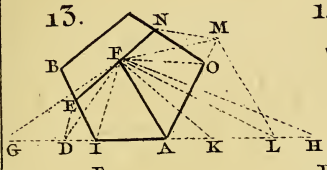
Fig. 11.



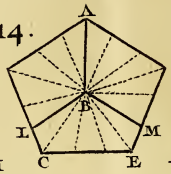
12.



13.

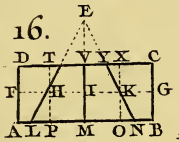


14.

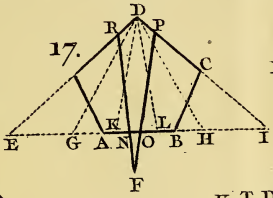


15.

16.

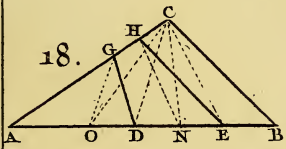


17.

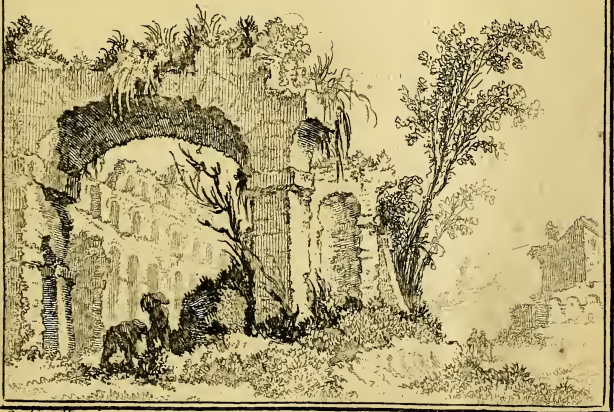


19.

18.



20.



Cochin filius inv. Chedel Sculp. 22.

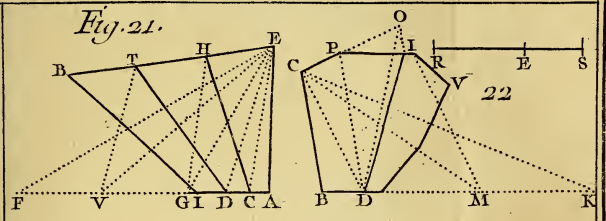
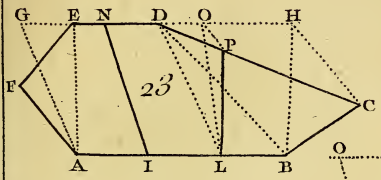
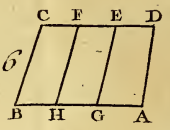
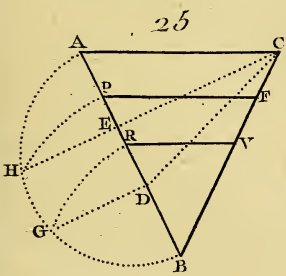


Fig. 21.
B T H E
F V G I D C A
O
P I
C
R E S
V
22
B D M K


G E N D O H
P
F
23
C
A I L B


C F E D
26
B H G A


25
A C
D F
E
R V
H
D
G
B

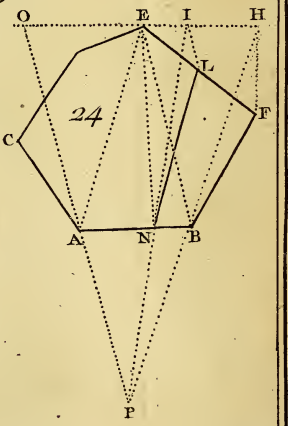
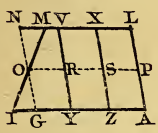
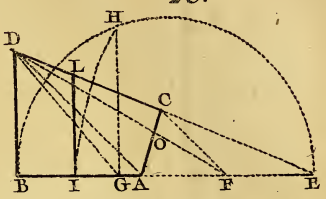

O E I H
L
24
C F
A N B
P

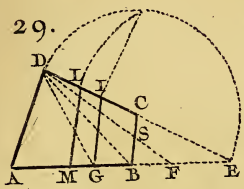
Fig. 27.

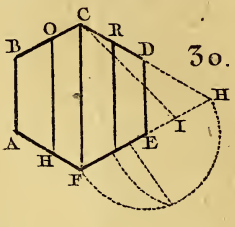


28.



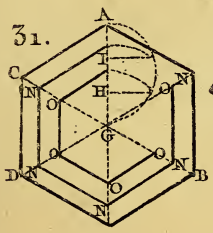
29.



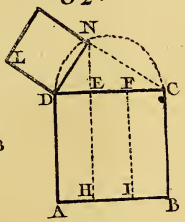


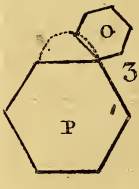
30.

31.



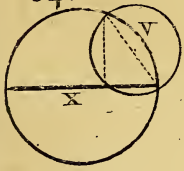
32.



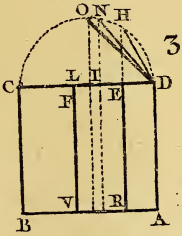


33.

34.



35.



Cochin filius inv. Chedel sculp. 24

CHAPITRE VI.

Comme on peut assembler les Plans, les retrancher les uns des autres, & les agrandir ou les diminuer selon quelque quantité proposée.

PROPOSITION I.

Décrire un triangle égal aux trois plans A, B, C. (Fig. 1.)

MENEZ FL parallele à la ligne DM.

Faites le triangle GHI, égal au plan B (*par la 23 du 4.*)

Faites aussi le triangle KLM égal au plan C.

Tirez PS, & coupez PR, RT, TS, égales aux bases DE, GI, KM.

Elevez la perpendiculaire PV égale à la perpendiculaire NO.

Tirez SV, & le triangle PSV sera égal aux trois plans proposés.

PROPOSITION II.

Assembler plusieurs plans rectilignes & semblables D, A, B, C, *en un seul* O *qui leur soit aussi semblable.* (Fig. 2.)

Tirez EF égale à la base du premier plan D.

Abaissez la perpendiculaire FG égale à la base du deuxiéme plan A, & la ligne EG sera le côté d'un semblable plan, égal aux deux D & A, (*suivant la 71 du 2.*)

Elevez sur EG, la perpendiculaire GH, égale à la base du troisiéme plan B, & EH sera le côté d'un plan égal aux trois D, A, B.

Elevez enfin sur EH, la perpendiculaire HI, égale à la base du quatriéme plan C, & la ligne EI sera le côté du poligone ou plan demandé O.

PROPOSITION III.

Décrire un cercle égal aux trois cercles A, B, C. (Fig. 3.)

Tirez la ligne EF, égale au diamétre A.

Elevez la perpendiculaire FG, égale au diamétre B, puis menez EG.

Elevez GH perpendiculaire sur EG, & la coupez égale au diamétre C.

Le cercle décrit sur le diamétre EH sera égal aux trois proposés (*suivant la précédente.*)

PROPOSITION IV.

Retrancher du triangle ABC, *une partie égale au pentagone* D. (Fig. 4.)

Menez IC parallele à la base HA.

Réduisez le pentagone D en triangle HIE (*par la 23 du 4.*)

Coupez NA égale à la base HE & menez CN.

Le triangle NCA sera la partie retranchée égale au pentagone D.

PROPOSITION V.

Oter du plan AEB *une partie égale au triangle* AFG. (Fig. 5.)

Continuez le côté BC vers I, & CD vers M.

Menez BF, sa parallele GI, la ligne FI, & le triangle FBI sera égal au triangle FBG.

Tirez CF, sa parallele IM, la ligne FM; & le triangle FCM sera égal au triangle FCI.

Menez enfin DF, sa parallele MN; & mettant le triangle FDN, pour son égal FDM; la ligne FN retranchera la partie demandée AN, égale au triangle AFG.

PROPOSITION VI.

Réduire une figure en petit.

On veut décrire sur la base AF *une figure comme la proposée* BM. (Fig. 6.)

Du point A, tirez les rayons AE, AD, AC.

Menez FG parallele à BC; GH parallele à CD, &c. *Voyez la 57 du 2.*

PROPOSITION VII.

Décrire sur la base GH, *une figure semblable à la figure* AD. (Fig. 7.)

Faites un triangle isoscele LRK ayant les côtés RL, RK, égaux à la base AB; & LK égal à la base GH.

Prolongez les côtés égaux RL, RK.

De l'angle R & de l'intervalle AF, décrivez OP, & la corde OP sera la longueur du côté GY.

Du point R & de l'intervalle BF, décrivez ST;

& la corde ST, ſera la longueur de la ſoutendante HY : ainſi du reſte.

Les triangles ROP, RLK, RST, *ſont ſemblables* (*par la 58 du 2 :*) *ainſi, comme* RL *eſt à* LK, *ou leurs égales* AB *à* GH, RO *eſt à* OP, *ou leurs égales* AF *à* GY : *& comme* RO *eſt à* OP, *ou leurs égales* AF *à* GY ; RS *eſt à* ST, *ou leurs égales* BF *à* HY. *Donc les triangles* ABF, GHY *ſont ſemblables* (*ſuivant la 55 du 2.*)

Il faut obſerver qu'encore que cette pratique ſoit particuliérement pour réduire une figure de grand en petit ſur une baſe propoſée, néanmoins elle peut auſſi ſervir à réduire une figure de petit en grand, pourvû que la baſe propoſée n'aille pas au-delà du double de ſon homologue.

PROPOSITION VIII.

Décrire un poligone ſemblable au poligone AH, *mais plus petit de moitié, c'eſt-à-dire, contenant la moitié moins d'aire.* (Fig. 8.)

Coupez AB en deux au point C.

Continuez BA vers D, & coupez AD égale à AC.

Elevez AE moyenne proportionnelle entre AD & AB (*par la 51 du 3.*)

Tirez la baſe PG égale à la moyenne AE.

Faites le poligone demandé PGI (*par la précédente.*)

Les poligones H, I, *étant ſemblables, ils ſont en raiſon doublée de leurs côtés homologues* AB, PG, *c'eſt-à-dire, que le poligone* H *eſt au poligone* I *comm*

comme la base AB *à la troisième proportionnelle* AD (*par la 69 du 2.*) AB *est double de* AD, *donc le polygone* H *est double du polygone* I; *ou ce qui est la même chose, le polygone* I, *est moitié du polygone* H.

PROPOSITION IX.

Diminuer le quarré AD *de la valeur du plan* E. (Fig. 9.)

Réduisez le quarré proposé en triangle ACF (*par la 2 du 4.*)

Réduisez aussi le plan E en triangle GHI de la hauteur du triangle ACF (*par la 23 du 4.*)

Coupez la base FK égale à la base GH, & tirez CK qui donnera le triangle CFK égal au plan E.

Du triangle restant ACK, faites le parallélogramme AL (*par la 6 du 4.*)

Du parallélogramme AL, faites le quarré AO (*par la 28 du 4.*) & le gnomon COB retranché du quarré AD sera égal au plan E.

PROPOSITION X.

Retrancher de l'exagone irrégulier ABD, *un autre exagone semblable, la différence des deux restant égale au plan* G. (Fig. 10.)

Faites le triangle BCF égal à l'exagone ABD' (*par la 19 du 4.*)

Faites aussi le triangle FCK égal au plan G (*par la 23 du 4.*)

Coupez BO, moyenne proportionnelle entre BK & BF (*par la 52 du 3.*)

Menez ON, parallele à CF.

Décrivez sur BN un exagone NR semblable au proposé AC (*par la 6.*) & la différence des deux exagones sera égale au plan G.

Les bases BF, BO, BK *sont proportionnelles: ainsi le triangle* BNO *semblable au triangle* BCF (*par la 57 du 2,*) *est égal au triangle* BCK (*par la 67 du 2.*)

Les triangles semblables BNO, BCF *sont en raison doublée de leurs côtés homologues* BN, BC; *& les exagones semblables* RNH, ACE, *sont aussi en raison doublée des mêmes côtés* BN, BC (*suivant la 69 du 2.*) *Donc comme le triangle* BCF *est au triangle* BNO, *l'exagone* ACE *est à l'exagone* RNH; *& par échange, le triangle* BNO *est à l'exagone* RNH, *comme le triangle* BCF *est à l'exagone* ACE. *Le triangle* BCF *est fait égal à l'exagone* ACE, *donc le triangle* BNO *est égal à l'exagone* RNH.

Le triangle BNO *est prouvé egal au triangle* BCK; *donc l'exagone* RNH *est égal au triangle* BCK. *Et puisque le triangle* BCF *est égal à l'exagone* ACE, *la différence des deux exagones est égale an triangle* KCF, *lequel est fait égal au plan* G.

PROPOSITION XI.

Réduire une figure en grand.

Doubler & quadrupler le quarré BD. (Fig. 11.)

Prolongez AD, AC, AB; & du point A, décrivez l'arc CE.

Faites le quarré EG, il sera double du quarré BD.

Du point A décrivez encore l'arc FH, le quarré HI sera double du quarré GE, & quadruple du proposé BD.

L'angle D *étant droit & les côtés* AD, DC *égaux; le quarré de* AC *ou de* AE *son égal, c'est-à-dire* EG, *est double du quarré* BD (*par la 46 du 2,*)

Par la même raison, le quarré HI *est double du quarré* EG, *& par conséquent quadruple du quarré* BD.

Que si on faisoit un quarré sur la base AL, *il seroit double du quarré* HI, *quadruple du quarré* GE, *& octuple du quarré* DB.

PROPOSITION XII.

Doubler, tripler & quadrupler le plan BC. (Fig. 12.)

Prolongez AB vers M, & tirez les rayons ADN, ACE.

Abaissez la perpendiculaire BR égale à AB.

Du point A, décrivez l'arc RH.

Faites sur AH le pentagone HK, semblable au proposé (*par la 6.*)

Tirez RV parallele à BG, & coupez RS égale à BH.

Du point A, décrivez l'arc SO.

Faites sur AO, le pentagone OQ, &c.

Les lignes AB, BR *sont égales, & font un angle droit; donc le pentagone fait sur* AR *ou* AH *son égale, est double du pentagone* BC (*suivant la 71 du 2.*)

La ligne HS *est égale à la base* AB, & AH *est*

la base d'un pentagone double : AS *ou son égale* AO *est la base d'un pentagone égal aux deux pentagones* BC, HK, (*par la* 71 *du* 2 ;) *donc le pentagone* OQ, *est triple du proposé* BC.

Par la même raison, le pentagone ME *est quadruple ; & celui qui sera fait sur la base* AG, *sera quintuple.*

PROPOSITION XIII.

Multiplier le cercle BCD *autant qu'on voudra.* (Fig. 13.)

Continuez le rayon AC hors le cercle.

Abaissez la perpendiculaire CN, égale à AC.

Du centre A décrivez le cercle NLK, il sera double du donné BCD (*par la précédente.*)

Menez NO parallele à CG, puis coupez NM égale à CL.

Du centre A, décrivez le cercle M, il sera triple du proposé, & le suivant sera quadruple.

PROPOSITION XIV.

Décrire un poligone qui soit au poligone H, *en raison de* 3 *à* 2. (Fig. 14.)

Coupez la base OR en deux parties égales, & en donnez trois à RS.

Trouvez RT moyenne proportionnelle entre OR & RS.

Tirez MN égale à RT, elle sera la base du poligone demandé. *Voyez la* 8.

PROPOSITION XV.

Décrire sur la baſe EF, *une figure ſemblable à la figure* AC. (Fig. 15.)

Faites comme il vous plaira l'angle IGH.

Coupez GL égale à la baſe AB, GM égale à la baſe EF, puis tirez LM.

Coupez GN égale à AD, menez NO parallele à LM, & GO ſera la longueur du côté EP.

Ayant auſſi coupé GI égale à BD, & mené la parallele IH, GH ſera la longueur de la ſoûtendante FP; ainſi du reſte.

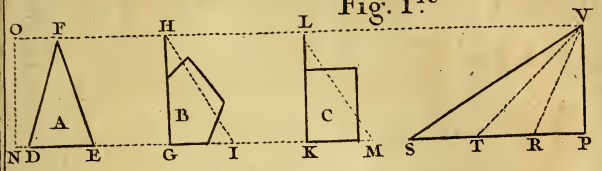
Les lignes IH, LM, NO *étant paralleles*, GH *eſt coupée en* O, M, *comme* GI *eſt coupée en* N, L: *ainſi les lignes* GN, GL, GI, *qui ſont coupées égales aux trois côtés du triangle* ABD, *ſont entr'elles comme les lignes* GO, GM, GH, *auſquelles les côtés du triangle* EFP *ſont coupés égaux; donc le triangle* EFP *a ſes côtés proportionnels à ceux du triangle* ABD; *& par conſéquent les deux triangles* EFP, ABD, *ſont ſemblables.*

AVERTISSEMENT

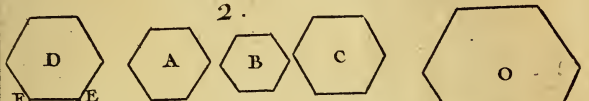
Pour le Chapitre ſuivant.

Pour appliquer la Théorie que l'on vient d'enſeigner dans les Chapitres précédens, à la Pratique, on donne dans le ſeptiéme le Toiſé des ſuperficies, & l'on traitera dans le Chapitre neuviéme du Toiſé des ſolides, qui en eſt une ſuite. On s'eſt peu étendu ſur cette matiere, qui elle ſeule auroit exigé un Traité entier, mais l'on en dit aſſez pour mettre le Lecteur en état de faire toutes ſortes de Toiſés. Au reſte, ceux qui voudront s'épargner la peine de faire les calculs néceſſaires, pourront avoir recours au *Nouveau Tarif du Toiſé ſuperficiel & ſolide*, par M. *Méſange*, imprimé en 1742. Ce Livre eſt d'autant plus commode, que la méthode en eſt ſimple & aiſée, & qu'on y trouve les calculs du Toiſé tous faits, ſans qu'il ſoit beſoin de faire une ſeule addition; & pour le rendre auſſi néceſſaire qu'utile aux jeunes gens qui ſe deſtinent à l'Architecture & au Génie, on a appliqué ces calculs au Toiſé des bâtimens, dont on donne les Us & Coutumes, avec une méthode facile pour trouver le montant des ouvrages ſuivant un prix convenu. Ce Tarif, auſſi-bien que celui du même Auteur pour les Bois de Charpente, & les autres Livres néceſſaires aux perſonnes qui s'appliquent aux Mathématiques, ſe vend chez le même Libraire qui a imprimé celui-ci.

Fig. 1re

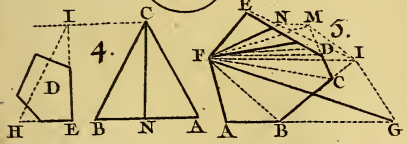

O F H L V
A B C
N D E G I K M S T R P

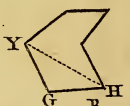
2.

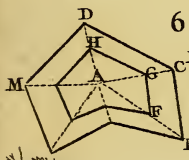

D A B C O
F E
G
H I

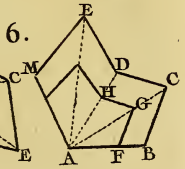
3.

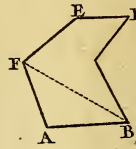
A B C
H
G
F E


I C
D
H E
4.
B N A
E N M
F D I
C
A B G
5.

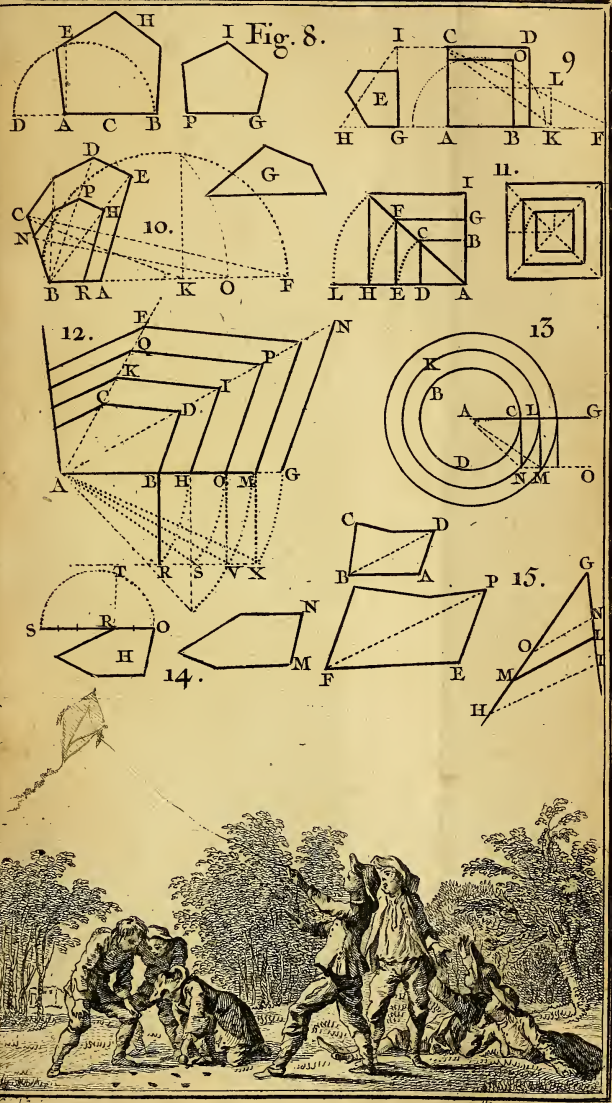

Y
G H


D
H
M A G C
F
E
6.


E
M D
H G C
A F B


E D
F
A B

R
O P
L K
S T
7.



Cochin inv. Mlle Tauncay Sculp.

CHAPITRE VII.

Du Toisé des Plans.

Dans ce Chapitre, on enseigne à mesurer les plans, & la mesure qu'on y employe est la Toise.

La Toise a six pieds de Roi de longueur, le pied de Roi 12 pouces & le pouce 12 lignes.

Lorsque la Toise est multipliée par elle-même, elle produit une Toise quarrée.

On voit que le quarré AG, (Fig. 1.) *qui contient 36 petites superficies quarrées, est le produit de la ligne* AB *multipliée par elle-même, ou par son égale* BG, *c'est-à-dire 6 par 6; & que si* AB *étoit de 12 parties égales, le quarré* AG *comprendroit 144 petits quarrés égaux qui seroient le produit de 12 multipliés par 12. Ainsi;*

La Toise quarrée a 36 pieds quarrés, le pied quarré 144 pouces quarrés; & le pouce quarré 144 lignes quarrées.

Les grands terreins se mesurent par Perches & par Arpens; & alors cette partie de la Géométrie est appellée Arpentage.

La perche est plus ou moins grande, selon les lieux. Dans la Prévôté de Paris elle est de trois Toises, & dix Perches font l'Arpent.

La Perche quarrée contient 9 Toises quarrées, & l'Arpent quarré, 100 Perches quarrées.

OBSERVATIONS.

Des toiſes multipliées par des toiſes, produiſent des toiſes quarrées.

Des pieds multipliés par des pieds, produiſent des pieds quarrés; & la même choſe doit s'entendre des pouces & des lignes.

Des toiſes multipliées par des pieds, produiſent des pieds courans ſur toiſes; c'eſt-à-dire, des rectangles qui ont une toiſe de longueur & un pied de largeur.

Des toiſes multipliées par des pouces, produiſent des pouces courans ſur toiſes, c'eſt-à-dire, des rectangles d'une toiſe de longueur & d'un pouce de largeur; comme des toiſes multipliées par des lignes produiſent des rectangles d'une toiſe de longueur & d'une ligne de largeur.

Des pieds multipliés par des pouces, produiſent des pouces ſur pieds; c'eſt-à-dire, des rectangles d'un pied de longueur & d'un pouce de largeur.

Des pieds multipliés par des lignes, produiſent des lignes ſur pieds, qui ſont des rectangles d'un pied de longueur & d'une ligne de largeur.

Des pouces multipliés par des lignes, produiſent des lignes ſur pouces, qui ſont des rectangles d'un pouce de longueur & d'une ligne de largeur.

Six pieds ſur toiſe font une toiſe quarrée.

Douze pouces ſur toiſe font un pied ſur toiſe.

Douze lignes ſur toiſe font un pouce ſur toiſe.

Douze pouces ſur pied font un pied quarré.

Douze lignes ſur pied font un pouce ſur pied.

Douze lignes ſur pouce font un pouce quarré.

Six pieds quarrés font un pied ſur toiſe.

Douze pouces quarrés font un pouce ſur pied.

Douze ligne quarrées font une ligne ſur pouce.

PROP.

PROPOSITION I.

Mesurer l'aire du rectangle AC. (Fig. 2.)

Toisez la longueur AB & la largeur AD, & supposé que l'une se trouve être de 12 toises & l'autre de 6, multipliez 12 par 6, le produit 72 toises quarrées, sera l'aire du rectangle.

$$\begin{array}{r} 12 \\ 6 \\ \hline 72 \end{array}$$

Si AB (*Fig.* 3.) est trouvée valoir 5 toises 3 pieds, & BC 4 toises.

Multipliez les toises par les toises, 4 par 5; puis les 4 toises par les 3 pieds; & vous aurez de produit 20 toises quarrées, & 12 pieds sur toises qui feront encore 2 toises quarrées: ainsi le rectangle AC sera de 22 toises quarrées.

toises.	pieds.
5	3
4	0
toises quarrées. 20	12 pieds sur toises.

Mais si AB (*Fig.* 4.) étoit de 5 toises 3 pieds, & BC de 4 toises 2 pieds, il faudroit multiplier les 5 toises par les 4, qui produiroient 20 toises quarrées.

Multiplier les 5 toises par les 2 pieds, comme aussi les 4 toises par les trois pieds, qui produiroient 22 pieds sur toises.

Multiplier les pieds par les pieds, 2 par 3, qui produiroient encore 6 pieds quarrés, c'eſt-à-dire, un pied ſur toiſe : lequel étant joint aux 22, feroit 23.

De ces 23 en tirer 18, c'eſt-à-dire, trois toiſes quarrées pour les joindres aux autres 20; & le rectangle AC, ſe trouveroit contenir 23 toiſes quarrées, & 5 pieds ſur toiſes, ou 30 pieds quarrés.

La diviſion de ces plans rectangles, ſert de démonſtration ; par exemple, on voit ici les 20 toiſes quarrées dans le rectangle AE *: les 22 pieds ſur toiſe dans les rectangles* DE, BE *: & les 6 pieds quarrés, dans le rectangle* CE.

toiſes. 5 — 3 pieds.

4 — 2

toiſes quarrées 20 — 10 pi. courans ſur toiſe.

12

6 pieds quarrés.

toiſes quarrées 23 — 5 pieds ſur toiſes.

Que ſi enfin le rectangle AR (*Fig.* 5.) avoit les côtés OA, AK, chacun de 2 toiſes, 2 pieds & 3 pouces ; il faudroit multiplier les 2 toiſes AD par les 2 toiſes AC, qui produiroient 4 toiſes quarrées pour le quarré AB.

Multiplier les 2 toiſes AD par les 2 pieds CF, de même que les 2 toiſes AC par les deux pieds DH, qui produiroient 8 pieds ſur toiſes, c'eſt-à-dire,

une toise quarrée & 2 pieds sur toise, pour les deux rectangles BF, BH.

Multiplier les deux pieds DH par les deux pieds CF, qui produiroient quatre pieds quarrés pour le contenu du rectangle EG.

Multiplier les deux toises AD par les 3 pouces FK, de même que les deux toises AC par les trois pouces HO, qui produiroient 12 pouces sur toises, c'est-à-dire, un pied sur toise pour les deux rectangles EK, GO.

Multiplier les deux pieds DH par les 3 pouces FK, & les deux pieds CF, par les trois pouces HO, qui produiroient 12 pouces courans sur pieds, c'est-à-dire, un pied quarré pour le contenu des deux rectangles IL, IM.

Multiplier enfin les 3 pouces HO, par les 3 pouces FK, qui produiroient 9 pouces quarrés pour le contenu du petit quarré IR; & l'addition de tous ces produits étant faite, on trouveroit que le quarré AR contiendroit 5 toises, 23 pieds & 9 pouces quarrés.

AD 2 toises, DH 2 pieds, HO 3 pouces.
AC 2 toises, CF 2 pieds, FK 3 pouces.

Pour éviter toutes ces différentes multiplications de toises par pieds & par pouces, qui effectivement sont fort embarrassantes : on pourroit réduire les 2 toises AD & les 2 pieds DH, en pouces, tout le côté AO se trouveroit avoir 171 pouces : & AK lui étant égal, il n'y auroit qu'à multiplier 171 par 171 ; le produit seroit 29241 pouces quarrés, desquels ayant tiré les pieds, & des pieds les toises ; on trouveroit comme ci-dessus, 5 toises, 23 pieds & 9

pouces quarrés, pour le contenu du rectangle AR.

PROPOSITION II.

Trouver l'aire du parallélogramme EFGH. (Fig. 6.)

Multipliez la baſe EF, par la perpendiculaire EN, (8 par 3;) & le produit 24, qui ſéra l'aire du parallélogramme EFLN, (*ſuivant la premiere*) ſera auſſi l'aire du parallélogramme propoſé, (*ſuivant la 40 du 2.*)

PROPOSITION III.

Trouver l'aire du triangle ABC. (Fig. 7.)

Multipliez la baſe AB par la moitié de la perpendiculaire CD, c'eſt-à-dire, 6 par 4, ou la perpendiculaire par la moitié de la baſe (8 par 3;) & le produit 24 ſera l'aire du triangle (*ſuivant la 3 & la 6 du 4.*)

PROPOSITION IV.

Trouver l'aire du quadrilatere GL, *dont les côtés* GH, IL *ſont paralleles.* (Fig. 8.)

Meſurez les côtés paralleles IL, GH, la perpendiculaire NI; & ſuppoſé que IL ſe trouve être de 12 toiſes, GH de 26, NI de 14.

Joignez les 12 toiſes du côté IL, aux 26 de la baſe GH, comme ſi vous aviez à réduire le quadrilatere en triangle GIM (*ſuivant la 2 du 4.*)

Multipliez la baſe GM par la moitié de la perpendiculaire NI; c'eſt-à-dire, 38 par 7; & le produit 266 toiſes quarrées ſera l'aire du triangle IGM (*ſui-*

vant la 3.) & par conſéquent du quadrilatere propoſé, qui lui eſt égal.

PROPOSITION V.

Trouver l'aire du quadrilatere ABCD. (Fig. 9.)

Meſurez la diagonale AC, les perpendiculaires DE, BF, & ſuppoſé que ces lignes ſe trouvent être, la premiere de 20 toiſes, la deuxiéme de 12, & la troiſiéme de 10.

Multipliez AC par la moitié de la perpendiculaire DE, le produit 120 ſera l'aire du triangle ACD.

Multipliez auſſi AC par la moitié de BF, le produit 100 ſera l'aire du triangle ABC (*ſuivant la 3.*)

Additionnez ces deux produits, & leur ſomme 220 toiſes quarrées ſera l'aire du quadrilatere propoſé.

On trouvera les mêmes 220 toiſes en multipliant la ſomme des deux perpendiculaires BF, DE, qui eſt 22, par 10, moitié de la ligne AC.

PROPOSITION VI.

Trouver l'aire d'un poligone régulier. (Fig. 10.)

Multipliez la perpendiculaire AB par la moitié de la baſe CD : & vous aurez l'aire du triangle ACD.

Multiplier l'aire de ce triangle par le nombre des triangles du poligone, & le produit ſera le requis.

Autrement. Multipliez les ſix côtés du poligone par la moitié de la perpendiculaire AB ; ou toute la perpendiculaire AB, par la moitié des côtés (*ſuivant la 17 du 4.*)

PROPOSITION VII.

Trouver l'aire d'un poligone irrégulier. (Fig. 11.)

Divisez le poligone par triangles.

Mesurez chaque triangle (*par la* 3,) & faites une addition du tout.

Autrement. Réduisez le poligone en triangle NMS (*par la* 18 *ou* 19 *du* 4,) puis multipliez la perpendiculaire NO par PS, moitié de la base MS.

PROPOSITION VIII.

Trouver l'aire d'un cercle. (Fig. 12.)

Multipliez la demi-circonférence ACB, par le rayon CD; le produit sera l'aire du cercle.

Si le cercle ABC *étoit réduit en triangle* DEF (*par la* 43 *du* 4) *la base* EF *seroit égale à la circonférence du cercle; &* CF, *moitié de* EF, *le seroit à la demi-circonférence* ACB; *ainsi*, DC *multipliée par* CF, *donneroit le même produit qu'elle donneroit étant multipliée par la demi-circonférence: le produit de* CD *multiplié par* CF, *seroit l'aire du triangle* (*suivant la* 3;) *donc le produit de* CD *multiplié par la demi-circonférence, est l'aire du cercle; autrement, le cercle & le triangle ne seroient pas égaux.*

PROPOSITION IX.

La valeur du diamétre d'un cercle étant donnée, trouver la valeur de la circonférence.

On remarque que le diamétre eſt à la circonférence de ſon cercle à peu près comme 7 à 22 : ainſi, ſuppoſé que le diamétre propoſé ſoit de 28 pouces, vous trouverez la valeur de la circonférence demandée par une régle de proportion, en diſant :

Si 7 donnent 22, combien 28 ; le produit 88 ſera la valeur requiſe.

PROPOSITION X.

Meſurer le demi-cercle DOF. (Fig. 13.)

Multipliez l'arc DO, moitié de la demi-circonférence DOF, par le rayon DS.

PROPOSITION XI.

Trouver l'aire du ſecteur POR. (Fig. 13.)

Multipliez le rayon PS, par OP, moitié de l'arc POR. Ou bien, multipliez tout l'arc POR par la moitié du rayon PS.

PROPOSITION XII.

Trouver l'aire d'un grand ſegment de cercle ABC. (Fig. 14.)

Cherchez l'aire du ſecteur ABCD (*par la précédente,*) puis l'aire du triangle ACD (*par la 3.*)

PROPOSITION XIII.

Trouver l'aire du petit ſegment EFG. (Fig. 15.)

Tirez au centre de l'arc les rayons EH, GH.

Cherchez l'aire du ſecteur HEFG (*par la* 11.)

Otez de ce ſecteur l'aire du triangle EGH, le reſte ſera l'aire du ſegment propoſé.

PROPOSITION XIV.

Trouver l'aire de l'ovale AF. (Fig. 16.)

Meſurez les ſecteurs ACBI, DEFL, BHFN, AGDM (*par la* 11.)

De la ſomme de ces quatre ſecteurs, retranchez l'aire du lozange CGLH qui eſt commun aux deux grands ſecteurs; & ce qui reſtera ſera l'aire de l'ovale.

Autrement. (*Fig.* 17.) Multipliez les deux diamétres l'un par l'autre, 15 par 10; le produit ſera 150.

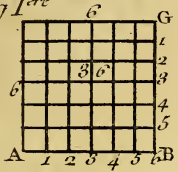
Multipliez cette ſomme 150 par 11, & diviſez le produit 1650 par 14; le quotient $117\frac{6}{7}$ ſera à peu près l'aire de l'ovale.

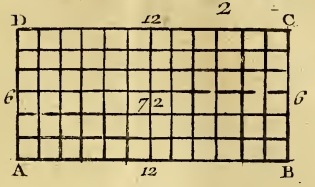
PROPOSITION XV.

Trouver l'aire d'un terrein dont le contour eſt ondoyant. (Fig. 18.)

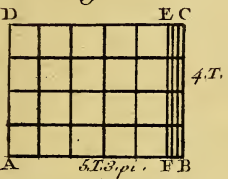
Il faut rectifier les endoyemens de ce terrein par pluſieurs lignes droites que l'on conduira avec cette diſcrétion, qu'elles laiſſent d'un côté le plus exactement qu'il ſera poſſible, la valeur du terrein qu'elles retrancheront de l'autre; puis trouver le requis par la 7.

Fig I ere

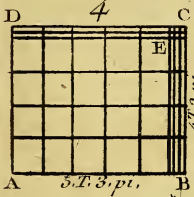




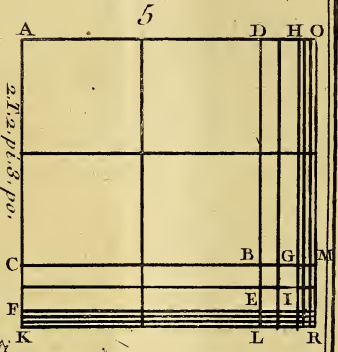
3



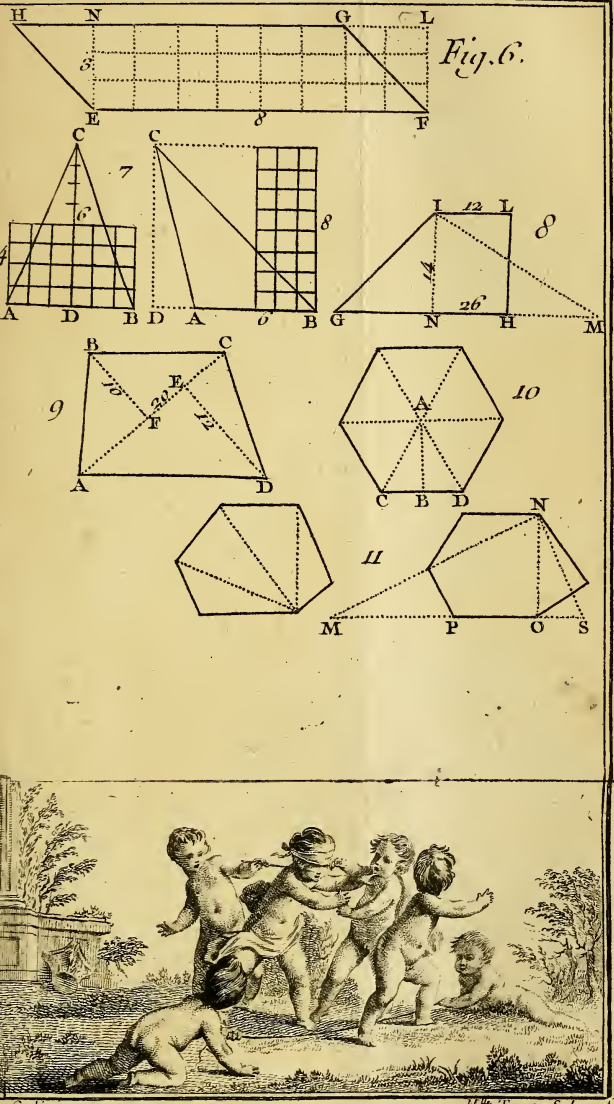
4



5

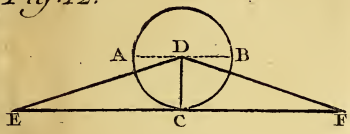


Chedel inv. et sculp.

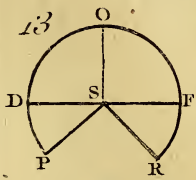


Cochin inv. Mlle Vaunay Sculp. 28

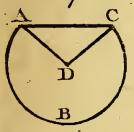
Fig. 12.



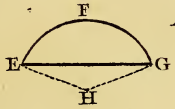
13



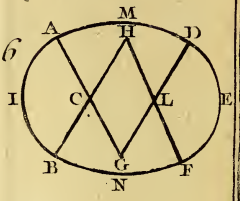
14

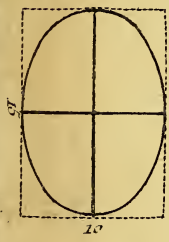


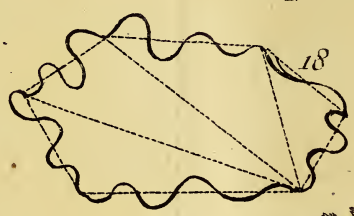
15

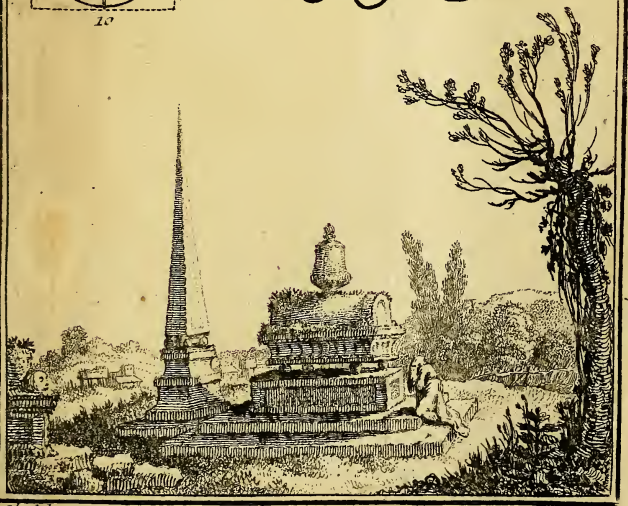


16









Thedel inv. et sculp.

CHAPITRE VIII.

De la Trigonométrie, ou du calcul des triangles rectilignes.

LES Propositions de ce Chapitre sont de trouver, par le calcul, quelque terme dans un triangle, comme un côté ou un angle qu'on ne peut mesurer, ou du moins qu'on suppose ne pouvoir être mesuré actuellement.

Pour trouver dans un triangle la valeur d'un angle ou d'un côté, par le calcul, il faut avoir trois autres termes connus dans le même triangle, comme

Deux côtés & un angle, ou
Deux angles & un côté, ou
Trois côtés.

Sçachez de plus, que les angles n'entrent en aucun calcul analogique par le nombre de leurs dégrés; mais par ces nombres ou ces lignes qu'on appelle Sinus, Tangentes & Sécantes; & c'est de ces lignes qu'il faut d'abord vous donner une connoissance par une figure Géométrique.

Soit le demi-cercle ABD, (Fig. 1.) *le rayon* CD *perpendiculaire sur* CB, *le point* E *pris à volonté dans la circonférence, la perpendiculaire* EF, *la parallele* EH, *& la ligne* CG *rencontrant la perpendiculaire* BG;

La ligne CD ou CB, eſt le ſinus total, ou le ſinus de l'angle droit BCD.

La ligne EF eſt le ſinus droit des angles BCE, ECA.

La ligne EH eſt le ſinus de complément. *Son arc* DE *avec l'arc du ſinus droit* BE, *fait le quart de cercle.*

La ligne BG eſt la tangente de l'angle BCE.

Et la ligne CG eſt la ſécante du même angle BCE.

Que ſi l'on ſuppoſe autant de ſinus droits EF, *& autant de tangentes & de ſécantes qu'il y a de minutes dans le quart de cercle* BD, *il eſt évident que ce ſeront autant de lignes de différentes longueurs, qui ſeront d'autant plus courtes, que le point* E *ſera plus éloigné du ſinus total* CD; *& que faiſant valoir ce ſinus total* 100000, *ou* 10000000 *de parties égales, les autres lignes ſeront toutes de valeur différentes, répondant aux différentes ouvertures des angles dont elles ſeront ou les ſinus, ou les tangentes, ou les ſécantes: & c'eſt de ces divers ſinus, tangentes & ſécantes qu'on a compoſé des Tables, dont nous allons vous expliquer l'ordre, pour venir enſuite à leur uſage.*

Il y a ordinairement deux Tables pour un dégré, ainſi chaque Table eſt de 30 *minutes.*

Une Table a ſix colonnes, la premiere contient les minutes avec les dégrés marqués au haut ou au bas.

La ſeconde contient les ſinus qui répondent par ordre aux minutes.

La troiſiéme contient les tangentes, & la quatriéme les ſécantes.

Les deux autres colonnes ſont compoſées de ces ſinus & tangentes, qu'on appelle logarithmes.

Ces Tables, qui occupent chacune une page, ſon-

accouplées de maniere que les sinus, tangentes & sécantes de l'une, sont les supplémens des sinus, tangentes & sécantes de l'autre; c'est-à-dire, que prenant un sinus dans la Table de la main droite, celui qui est vis-à-vis dans la Table de la main gauche, est son sinus de supplément; qu'au contraire, prenant un sinus dans la Table de la main gauche, celui de la droite, en sera le supplément; de sorte que les angles des deux sinus qui se regardent, valent ordinairement, pris ensemble, un angle droit; la même chose se doit s'entendre des tangentes & des sécantes.

Toutes les Tables de la main gauche vont de dégrés en dégrés, depuis un jusqu'à quarante-cinq; & celles qui sont à droites, continuent aussi de dégrés en dégrés, jusqu'à quatre-vingt-dix; mais en rétrogradant de la fin du livre vers le commencement: de maniere que la premiere & la derniere Table se trouvent à l'entrée du Livre, vis-à-vis l'une de l'autre.

Tout cela étant expliqué, il ne vous sera pas difficile de trouver dans ces Tables, le sinus, la tangente ou la sécante d'un angle proposé; non plus que d'y trouver la valeur d'un angle par son sinus, sa tangente ou sa sécante. On demande, par exemple, le sinus de 30 dégrés 15 minutes; il n'y a qu'à voir dans la Table de 30 dégrés, à côté de 15 minutes se trouvera le sinus demandé 50377. Et au contraire, parce que ce nombre 50377 se trouve dans la colonne des sinus à côté de 15 minutes & dans la Table de 30 dégrés, vous concluez qu'il est le sinus d'un angle de 30 dégrés 15 minutes, & ainsi des tangentes & des sécantes.

On trouve chez le même Libraire qui a imprimé

ce Livre-ci, une nouvelle edition fort correcte de ces Tables des sinus, tangentes & sécantes, & des logarithmes, composées par Adrien Wlacq, & corrigées par M. Ozanam, en un volume in-octavo.

PROPOSITION I.

La valeur des deux angles A *&* B *du triangle* ABC *étant connue, trouver la valeur du troisiéme.* (Fig. 2.)

Que l'angle A soit de 40 dégrés, & l'angle B de 60. Les deux joints ensemble feront la somme de 100.

Tous les trois angles A, B, C, en valent, pris ensemble, 180 (*par la 29 du 2.*)

Otez 100, de 180, restera 80 dégrés pour l'angle C,

A, B, C	180
A, B	100
C	80

Usage des Sinus.

PROPOSITION II.

La valeur des angles A *&* B, *&* *du côté* AC *étant connue, trouver celle du côté* BC. (Fig. 2.)

Prenez dans les Tables le sinus de l'angle B, & celui de l'angle A; le premier sera 86603 & le deuxiéme 64279: faites ensuite une regle de proportion, disant:

Si le sinus de l'angle B, 86603, *donne* 20 *toises pour le côté opposé* AC; *que donnera le sinus de l'angle* A, 64279, *pour le côté opposé* BC?

La régle faite, vous aurez pour le côté BC, 14 toises & plus, & les mêmes 14 toises se trouveront aussi par cette autre analogie.

Comme le sinus de l'angle B	86603
au sinus de l'angle A	64279
ainsi le côté AC	...20
au côté BC	...14

Que si vous désirez venir à une plus grande précision, c'est-à-dire, si vous voulez avoir plus exactement la valeur du côté BC, sou-divisez les 20 toises du côté AC en pieds, & même en pouces & en lignes, s'il est nécessaire; & au lieu de 20 toises, mettez 120 pieds, ou 1440 pouces, ou 17280 lignes que valent les 20 toises AC: & la régle faite, comme ci-dessus, le côté CB se trouvera valoir 14 toises, 5 pieds, 9 lignes, & encore quelque chose de plus.

Pour avoir la valeur du côté AB, il faudra chercher celle de l'angle C, qui se trouvera de 80 dégrés (*par la* 1,) & faire ensuite cette analogie.

Comme le sinus de l'angle B	86603
au sinus de l'angle C	98481
Ainsi le côté AC	...20
au côté demandé AB	...22

PROPOSITION III.

La valeur des côtés BC, AC, *& de l'angle* A *étant connue, trouver celle de l'angle* B. (Fig. 3.)

Cherchez le sinus de l'angle A, & l'ayant trouvé de 45399, faites la régle de proportion, en cette sorte:

Si le côté BC *de* 30 *toises, donne* 45399, *pour le sinus de l'angle* A; *que donnera* AC *de* 50 *toises pour le sinus de l'angle* B?

La regle faite, vous aurez 75661 pour le sinus demandé.

Cherchez ce sinus dans les Tables, & vous trouverez qu'il est d'un angle de 49 dégrés 10 minutes.

On peut faire aussi l'analogie suivante.

Comme le côté BC *de* 30,	*au côté* AC	*de* 50
Ainsi le sinus de l'angle A		45399
au sinus de l'angle B		75661

PROPOSITION IV.

Trouver la valeur du côté BC *opposé à l'angle* A, *qui est obtus.* (Fig. 4.)

Le sinus BE est commun aux deux angles BAC, BAD; d'où il s'ensuit qu'il peut être pris indifféremment pour l'aigu BAD, de 50 dégrés, comme pour l'obtus BAC de 130; mais il faut observer qu'il ne peut être trouvé dans les Tables que par la valeur de l'angle aigu, les dégrés des Tables n'allant pas au-delà de 90; c'est pourquoi le sinus

76604, que nous prenons ici pour l'angle obtus BAC, doit être cherché par les 50 dégrés de l'angle aigu BAD : cela connu, faites votre analogie à l'ordinaire disant :

Si le sinus de l'angle D, 42262 *donne* 20 *pour le côté* AB ; *que donnera le sinus de l'angle* BAD, 76604 ?

La régle faite, le côté BC se trouvera valoir $36, \frac{10648}{42231}$.

Usage des Tangentes & Sécantes.

PROPOSITION V.

L'angle A *étant droit, & l'angle* B *connu, avec le côté d'entre-deux, donner la valeur de la perpendiculaire* AC *& de l'hypoténuse* BC. (Fig. 5.)

Supposé l'arc AE, décrit du point B, la perpendiculaire AC sera tangente, BC sécante, & la base AB sinus total.

Cherchez dans les Tables, la tangente & la sécante de l'angle B, vous trouverez 70021 pour l'une, & 122077 pour l'autre : puis faites les analogies suivantes, qui produiront la valeur des lignes AC, BC.

Premiérement, *comme le sinus total*	100000
à la tangente	70021
De même la base AB	 10
à la perpendiculaire AC	 7
Secondement, *comme le sinus total*	100000
à la sécante	122077
Ainsi la base AB	 10
à l'hypotenuse BC	 12

Autrement :

Comme le sinus total 100000, *à la base* AB, 10 : *ainsi la tangente* 70021, *à la perpendiculaire* AC 7. *Et la sécante* 122077, *à l'hypotenuse* BC, 12.

PROPOSITION VI.

Les côtés AB, AC, *composant un angle droit étant connus, trouver l'hypotenuse* BC. (Fig. 6.)

Supposé le côté AB de 40 toises, & le côté AC de 30.

Multipliez AB par lui-même, c'est-à-dire, 40 par 40, le produit 1600 sera son quarré.

Multipliez aussi 30 par 30, & le produit 900, sera le quarré du côté AC (*suivant la* 1 *du* 7.)

Additionnez ces deux quarrés, & de leur somme 2500, tirez la racine quarrée, qui sera la valeur de l'hypotenuse BC (*par la* 45 *du* 2.)

PROPOSITION VII.

L'hypotenuſe BC *étant connue, avec la jambe* AC, *trouver l'autre jambe* AB, *qui fait l'angle droit* BAC. (Fig. 7.)

Otez du quarré de BC, le quarré de AC, je veux dire ôtez 900 de 2500; reſtera 1600, dont la racine quarrée 40 ſera la grandeur de la jambe AB.

PROPOSITION VIII.

Les côtés AB, AC, *compoſant l'angle droit* A, *étant connus, trouver les deux angles* B *&* C. (Fig. 8.)

Suppoſé que AC ſoit ſinus total & AB tangente.

Comme la jambe AC, 50; *à la jambe* AB, 40: *Le ſinus total* AC 100000, *à la tangente* AB 80000.

Cherchez cette tangente 80000, & l'ayant trouvée dans la Table de 38 dégrés, à côté de 40 minutes, concluez que l'angle C eſt de 38 dégrés 40 minutes.

La valeur de l'angle B pourroit être trouvée de la même ſorte en poſant AC pour tangente, & AB pour ſinus total; mais elle vous ſera connue plus aiſément par la premiere Propoſition.

PROPOSITION IX.

L'angle A *& les côtés qui le composent étant connus, trouver les autres angles.* (Fig. 9.)

Les trois angles d'un triangle, mis ensemble, valent 180 dégrés; ainsi l'angle A de 30 dégrés étant soustrait de 180, reste pour les angles B & C 150; dont la moitié 75 a pour tangente 373205 : cela connu, faites l'analogie suivante.

Comme la somme des côtés connus AB, AC	70
à leur différence	10
ainsi la tangente de 75 dégrés	373205
à une tangente demandée	53315

Cherchez dans les Tables cette tangente 53315, & vous trouverez que son angle sera de 28 dégrés 4 minutes.

Joignez ces 28 dégrés 4 minutes, à 75 dégrés, moitié de la somme des angles inconnus, & vous aurez 103 dégrés 4 minutes, pour l'angle C, opposé au plus grand côté AB.

Otez aussi ces 28 dégrés 4 minutes, des mêmes 75 dégrés, & le reste 46 dégrés 56 minutes, sera la valeur de l'angle B.

PROPOSITION X.

L'angle B *étant connu, avec les côtés qui le composent, trouver la perpendiculaire* CE. (Fig. 10.)

Supposé la perpendiculaire AD, & le côté BC, continué jusqu'en D; si on prend AB pour sinus

total, BD sera sécante de l'angle B.

Cherchez dans les Tables la sécante de 60 dégrés, elle se trouvera de 200000. *Or*,

Comme le sinus total AB *de* 100000, *à* AB *de* 40:
La sécante BD *de* 200000, *à* BD *de* 80 (*par la* 5.)
Et comme BD *de* 80, *à* BC *de* 40;
Ainsi AB *de* 40, *à* BE *de* 20.

Donc comme BC à CD, BE à EA (*par la* 52 *du* 2.)

Et AD étant perpendiculaire, EC l'est aussi (*par la* 57 *du* 2.)

Enfin, ayant encore posé BE pour sinus total, vous trouverez que

Comme le sinus total BE	100000
à la tangente EC	173205
Ainsi la base BE	20
à la perpendiculaire EC	.34 $\frac{641}{1000}$.

PROPOSITION XI.

L'angle B *& les côtés* AB, BC *étant connus, trouver la perpendiculaire* CE. (Fig. 11.)

Que la ligne AD soit perpendiculaire, & AB sinus total; BD sera sécante de l'angle B. Cela établi, faites

Comme AB, *sinus total;*	100000
à la sécante BD	200000
Ainsi la base AB	20
à l'hypotenuse BD	40

De plus,

Comme BD, 40 ; *à* BC, 80 ;
AB, 20 ; *à* BE, 40 :

Et posant encore BE pour sinus total,

Comme BE, *sinus total*	100000
à CE, *tangente de l'angle* B	173205
Ainsi la base BE	 40
à CE, *qui est la perpendiculaire demandée*	. . $96\frac{141}{500}$

PROPOSITION XII.

Les trois côtés du triangle ABC *étant connus, trouver la valeur de l'angle* C.

(Fig. 12.)

Supposé que AB soit de 10 toises, AC de 6, & EC de 8. La différence des côtés AC, BC, qui composent l'angle C, sera de 2.

Multipliez 10 par 10, le produit 100 sera le quarré du côté AB, opposé à l'angle C.

Otez du quarré de AB, le quarré de la différence des côtés AC, BC ; c'est-à-dire, ôtez 4 de 100, restera 96, auxquels ajoutez 5 zeros, qui feront 9600000.

Multipliez les côtés AC, BC l'un par l'autre ; je veux dire 6 par 8, & le produit 48 étant doublé, donnera 96.

Divisez, enfin, les 9600000 par ces 96, viendra le sinus total 100000 ; d'où vous conclurez que l'angle C est droit.

PROPOSITION XIII.

Les trois côtés du triangle ABC *étant connus, trouver la valeur de l'angle* A, *qui eſt obtus.* (Fig. 13.)

Le quarré de la différence des côtés AB, AC, c'eſt-à-dire un, étant ſouſtrait du quarré de BC, 81, reſte 80, leſquels joints à cinq zeros, font 8000000.

Les côtés AB, AC multipliés l'un par l'autre, produiſent 30, dont le double eſt 60.

Les 8000000 diviſez par 60 donnant 133333, deſquels l'unité retranchée, c'eſt-à-dire, le ſinus de l'angle droit, reſte 33333, ſinus d'un angle de 19 dégrés 28 minutes; d'où nous connoiſſons que l'angle A vaut, outre l'angle droit, 19 dégrés 28 minutes, & que par conſéquent il eſt de 109 dégrés 28 minutes.

PROPOSITION XIV.

On demande la valeur de l'angle A *qui eſt aigu.* (Fig. 14.)

Le quarré du côté BC oppoſé à l'angle A eſt 36.

Le quarré de la différence des côtés AB, AC eſt 4.

Quatre ſouſtrait de 36, reſte 32; & cinq zeros ajoutés font 3200000.

Les côtés AB, AC, multipliés l'un par l'autre, produiſent 80, dont le double eſt 160.

Les 3200000 diviſés par 160, donnent 20000, leſquels ſouſtraits du ſinus total 100000, reſte le ſinus 80000, lequel étant trouvé dans la Table

de 53 dégrés, son supplément 59995, qui est le sinus vis-à-vis, est celui de l'angle A, 36 dégrés 52 minutes.

Usage des Logarithmes.

PROPOSITION XV.

Les angles A, B, *& le côté* BC *étant connus, trouver, par les Logarithmes, la valeur du côté* AC. (Fig. 15.)

L'usage des sinus & tangentes-logarithmes, différe de l'usage des autres sinus & tangentes en ce que les analogies y sont resolues seulement par additions & soustractions, & sans qu'on y pose jamais pour termes, aucune somme de toises, pieds ou pouces. C'est-à-dire, que de même qu'on met un sinus ou une tangente-logarithme pour le nombre des dégrés & minutes d'un angle, on met aussi un logarithme pour le nombre des toises, pieds ou pouces qu'une ligne peut valoir.

Les nombres & leurs logarithmes sont par colonnes dans les Tables qui suivent celles des sinus. On cherche dans les nombres celui qui est donné pour la valeur d'une ligne, & à côté se trouve son logarithme.

Ayant donc trouvé dans les Tables, les sinus logarithmes 977946, 991857, pour les angles A & B : & le logarithme 138021, pour le côté CB de 24 toises, il faut faire la régle de proportion suivante.

Si le sinus logarithme de l'angle A	977946
donne le logarithme du côté BC	138021
que donnera le sinus logarithme de l'angle B	991857

Ajoutez le deuxiéme terme de l'analogie au troisiéme, & de leur somme 1129878, ôtez le premier, le reste sera le logarithme demandé, 151932.

Cherchez ce logarithme dans les Tables des logarithmes, & l'ayant trouvé à côté du nombre 33; dites que 33 est la valeur du côté AC.

On peut examiner par ces calculs certaines Propositions qui sont sans preuves, & qui semblent être justes dans la pratique, telles que sont les Propositions 23, 24 & 25 du troisiéme Chapitre, que je n'ai avancé qu'à dessein d'en faire l'examen en cet endroit.

Examen de la Proposition 23 du Chapitre 3.

PROPOSITION XVI.

Nous disons que l'arc DF *coupé suivant la 23 du 3, est à peu près la septiéme partie de la circonférence du cercle, on veut sçavoir en quoi consiste cet à peu près.* (Fig. 16.)

Tirez les droites AD, BD, le triangle ABD sera équilatéral (*par la 12 du 3,*) & ses angles étant égaux, ils seront chacun de 60 dégrés.

Posez BC pour sinus total 100000, l'angle B, qui est de 60 dégrés, donnera 200000 pour la sécante BD, & 173205 pour la tangente CD.

Les droites AD, AF, qui ſont égales à la ſécante BD, ſeront donc chacune de 200000, & DF, que nous avons coupé égale à la tangente CD, ſera de 173205.

Les trois côtés du triangle ADF étant connus, cherchez la valeur de l'angle DAF (*par la* 14;) elle ſe trouvera de 51 dégrés 19 minutes.

L'angle au centre d'un Eptagone eſt de 51 dégrés 25 minutes & quelques ſecondes (*par la* 18 *du* 3.) Donc l'arc DF eſt trop petit de 6 minutes & quelques ſecondes.

Examen de la Propoſition 24 *du Chapitre* 3.

PROPOSITION XVII.

On dit que l'arc DH *coupé ſuivant la* 24 *du* 3, *eſt à peu près la neuviéme partie de ſon cercle, nous voulons ſçavoir s'il eſt plus grand ou plus petit, & de combien.* (Fig. 17.)

Le triangle EFG eſt équilatéral, ainſi l'angle GEF eſt de 60 dégrés, & l'angle droit AEF lui étant joint, l'angle GEA eſt de 150 dégrés.

La ligne GE, coupée égale au rayon AB, eſt double de ſa moitié AE; ſuppoſant AE valoir un certain nombre de parties égales, par exemple 200, GE ſera de 400.

Les deux côtés GE, AE étant connus, avec l'angle d'entre deux AEG, l'angle GAE ſe trouvera valoir 20 dégrés 6 minutes (*ſuivant la* 9.)

Otez l'angle GAE de l'angle DAE; je veux dire, ôtez 20 dégrés 6 minutes de 60 dégrés, reſtera

restera 39 dégrés 54 minutes pour l'angle DAH.

L'angle du centre dans l'ennéagone est de 40 dégrés; donc l'angle DAH, ou son arc DH est trop petit de 6 minutes.

Examen de la Proposition 25 du Chapitre 3.

PROPOSITION XVIII.

Supposé le segment de cercle AGB *décrit sur la droite* AB, *suivant la 25 du 3. On veut sçavoir la différence qu'il y a entre l'angle* AFB *& le vrai angle, au centre d'un ennéagone régulier.* (Fig. 18.)

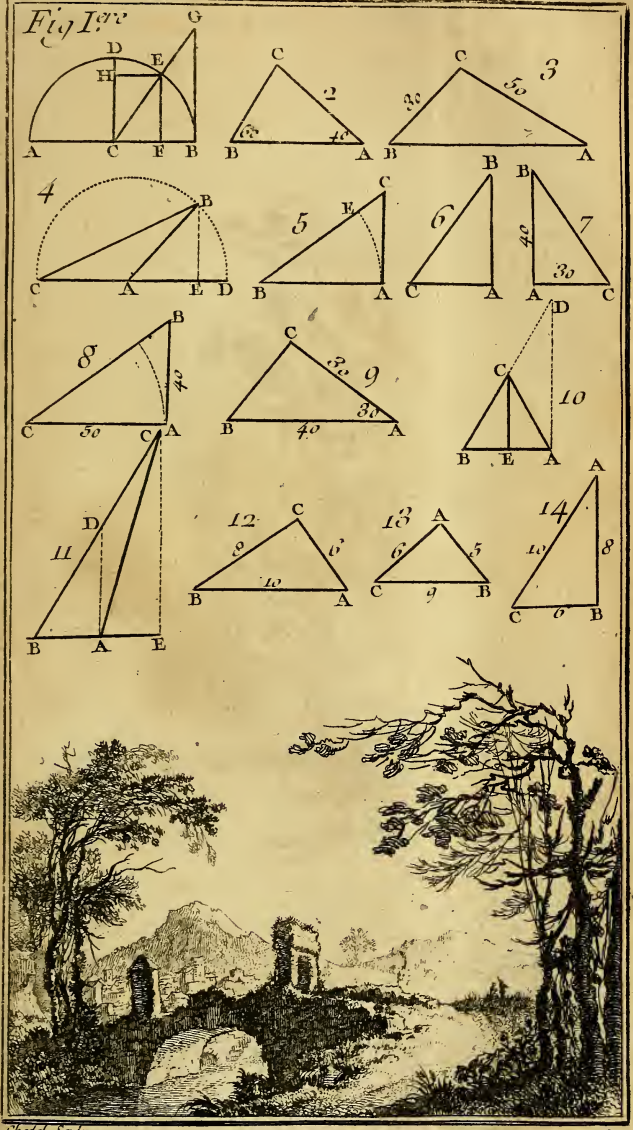
Supposé les droites AD, BD, BE, AF: l'angle ABD est de 60 dégrés, sa moitié DBE de 30; & 30 ôtés de 180, valeur des trois angles du triangle isoscele DBE; reste 150, ou plutôt 75 pour chacun des angles EDB, DEB.

Que si vous supposez BD valoir 100000 parties égales, la droite DE ou son égale DF sera de 51763 (*par la 2.*)

De plus l'angle BDC est de 30 dégrés, & son supplément BDF de 150 (*par la 18 du 2.*)

La valeur de DB, de DF, & de l'angle BDF étant connue, l'angle BFC se trouvera de 19 dégrés 52 minutes (*par la 9.*) & le double AFB de 39 dégrés 44 minutes.

L'angle du centre dans l'ennéagone est de 40 dégrés; l'angle AFB est trop petit de 16 minutes.



Chedel Sculp

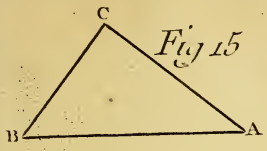
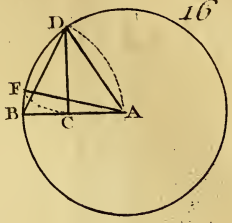
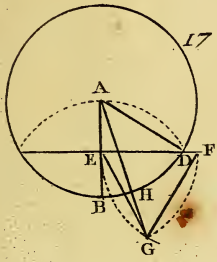


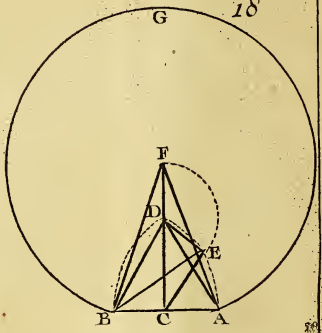
Fig 15



16



17



18

Cochin filius inv. et Sculpsit.

31

CHAPITRE IX.

Des Corps ou Solides.

DÉFINITIONS.

1. LE Corps est une quantité étendue en longueur, largeur & profondeur.

2. Le corps est régulier quand une moitié est semblable & égale à l'autre ; & il est régulier en tous sens, lorsque toutes ses parties sont égales & semblables.

On compte seulement six Corps parfaitement réguliers : le Tetraëdre, l'Exaëdre, l'Octaëdre, le Dodécaëdre, l'Icosaëdre & la Sphere, dans laquelle les cinq premiers sont inscriptibles.

3. Le tetraëdre est terminé par quatre triangles équilatéraux de même grandeur. (*Fig.* 1.)

4. L'exaëdre, ordinairement nommé cube, ou dé, est borné de six plans ou surfaces quarrées & égales. (*Fig.* 2.)

5. L'octaëdre est contenu sous huit triangles égaux & équilatéraux. (*Fig.* 3.)

6. Le dodécaëdre est compris sous douze pentagones réguliers & égaux. (*Fig.* 4.)

7. L'icosaëdre est de vingt surfaces triangulaires, égales & équilatérales. (*Fig.* 5.)

Les figures A, B, C, D, E, *montrent comme ou peut couper de la carte, pour faire en relief ces cinq premiers corps.*

8. La sphere est compriſe sous une seule surface, vers laquelle toutes les lignes tirées du centre sont égales.

9. Le diamétre sur lequel la sphere tourne est nommé axe ou essieu. (*Fig.* 6.)

Les autres corps que les Géométres considerent particuliérement, sont le parallelipipede, le prisme, la piramide & le sphéroïde.

10. Le parallelipipede est un corps compris sous six parallélogrammes, dont les opposés sont paralleles & égaux. (*Fig.* 7.)

11. Le prisme est un corps réguliérement & également compris entre deux surfaces semblables, paralleles & égales.

12 Le prisme est dit triangulaire, quadrangulaire, pentagonal, &c. suivant la figure des plans A & B, entre lesquels il est compris. (*Fig.* 8.)

13. Le prisme est appellé cylindre lorsqu'il est rond en maniere de colonne. (*Fig.* 9.)

14. Si un cylindre posé sur un plande niveau se trouve à plomb, comme AB (*Fig.* 9.) il est compris entre deux cercles; mais s'il se trouve incliné, comme EF, il est compris entre deux ovales.

15. L'axe du cylindre est une ligne qui passe par les centres des plans opposés A, B, & sur laquelle ce corps est supposé tourner, ou pouvoir tourner.

16. La pyramide est un corps dont les parties, en s'élevant sur une base, vont se réunir à un point qu'on nomme sommet. (*Fig.* 10.)

17. La pyramide prend auſſi une dénomination de la figure de ſa baſe : on la nomme triangulaire, quadrangulaire, ou pentagonale ; ſi ſa baſe eſt un triangle, un quarré, ou un pentagone.

18. Le cône eſt une pyramide qui a un cercle pour baſe lorſqu'il eſt droit ſur ſon plan, ou une Ellipſe, s'il eſt incliné comme le cône B. (*Fig.* 11.)

19. Le corps ſphéroïde, eſt une Sphere allongée ou oblongue. (*Fig.* 12.)

20. Le ſpheroïde elliptique eſt de la figure d'un œuf.

Tous les autres corps ſont compoſés des précédens.

21. Le devis géométrique ou perſpectif d'un corps, eſt une deſcription qu'on fait de toutes ſes dimenſions & meſures ; ou par le moyen de deux deſſeins, le premier nommé plan ou ichnographie, & le deuxiéme élévation ou ortographie, ou par un ſeul appellé ſçenographie.

22. Le plan, ou l'ichnographie, eſt une figure plane, qui repréſente les dimenſions horiſontales du corps. (*Fig.* 13.)

Comme une figure AB, *qui ſeroit produite ſur le pavé* CD, *par les à plombs abaiſſés de toutes les parties du corps* L.

23. L'élévation ou l'ortographie eſt la figure plane qui repréſente les dimenſions verticales ; je veux dire, les hauteurs du corps.

Comme ſeroit une figure E, *décrite par des paralleles horiſontales conduites de toutes les parties du corps* L, *juſqu'au plan ou ſurface verticale* CD.

24. Une élévation eſt donnée quelquefois en deux deſſeins ; l'un appellé face, & l'autre coupe. Les parties exterieures du corps ſe voyent dans le premier, & les interieures dans le deuxiéme.

25. On appelle profil, le contour ou les extrémités d'une coupe. (*Fig.* 15.)

DEF *eſt la face*, GNM *eſt la coupe*, & KLM *le profil.*

26. La ſçenographie eſt un deſſein qui repréſente le corps entier avec toutes ſes dimenſions, hauteur, largeur & profondeur.

Ce deſſein eſt géométrique ſi toutes ſes lignes peuvent être meſurées avec une échelle commune : & perſpectif ſi elles ne peuvent l'être que par des échelles de perſpective, le corps étant repréſenté tel qu'il eſt vû d'un coup d'œil, ou comme il ſeroit apperçu d'un ſeul endroit. (*Fig.* 16.)

N *eſt un cube géométrique*, & O *un cube perſpectif.*

27. talud, eſt la pente qu'on donne à un corps pour le ſoutenir. *Comme la pente* LM. (*Fig.* 15.)

28. Lever le plan d'un corps, d'une tour, par exemple, c'eſt décrire la figure du terrein qu'elle occupe ſur le niveau de ſes fondemens. (*Fig.* 17.)

Du Toisé des Solides.

On meſure les ſolides par toiſes cubes, & par parties de toiſes cubes.

La toiſe cube eſt un parallélipipede rectangle qui a ſix pieds de hauteur, ſix pieds de largeur, & ſix pieds de profondeur.

Ses parties ſont le pied, le pouce & la ligne ſolide ſur toiſe, ſur pied & ſur pouces quarrés. Le pied, le pouce & la ligne ſolide courant ſur toiſe, ſur pied & ſur pouce. Le pied, le pouce & la ligne cube.

Le pied ſolide ſur toiſe quarrée eſt un parallélipipede d'un pied d'épaiſſeur ſur une toiſe quarrée.

Le pied ſolide courant ſur toiſe, eſt un parallélipipede d'une toiſe de longueur, compris entre deux plans chacun d'un pied quarré.

Six pieds ſolides ſur toiſe quarrée, font une toiſe cube.

Six pieds ſolides courans ſur toiſe, font un pied ſolide ſur toiſe quarrée.

Six pieds cubes, font un pied ſolide courant ſur toiſe.

Deux cens & ſeize pieds cubes, font une toiſe cube.

Le pouce ſolide ſur pied quarré, eſt un parallélipipede d'un pouce d'épaiſſeur ſur un pied quarré.

Le pouce ſolide courant ſur pied, eſt un parallélipipede d'un pied de longueur, compris entre deux plans chacun d'un pouce quarré.

Douze pouces ſolides ſur pied quarré, font un pied cube.

Douze pouces ſolides courans ſur pied, font un pouce ſolide ſur pied quarré.

Douze pouces cubes, font un pouce ſolide courant ſur pied.

Mil ſept cens vingt-huit pouces cubes, font un pied cube.

La ligne ſolide ſur pouce quarré eſt un parallélipipede d'une ligne d'épaiſſeur ſur un pouce quarré.

La ligne ſolide courante ſur pouce, eſt un parallélipipede d'un pouce de longueur, compris entre deux plans chacun d'une ligne quarrée.

Douze lignes ſolides ſur pouce quarré, font un pouce cube.

Douze lignes ſolides courantes ſur pouce, font une ligne ſolide ſur pouce quarré.

Douze lignes cubes, font une ligne ſolide courante ſur pouce.

Mil ſept cens vingt-huit lignes cubes, font un pouce cube.

AB, douze lignes ſolides ſur pouce quarré, faiſant un pouce cube. (*Fig.* 18.)

CD, douze lignes ſolides courantes ſur pouce, faiſant une ligne ſolide ſur pouce quarré. (*Fig.* 19.)

EF, douze lignes cubes faiſant une ligne ſolide courante ſur pouce. (*Fig.* 20.)

G, une ligne cube. (*Fig.* 20.)

OBSERVATIONS.

Des ſurfaces multipliées par des lignes, produiſent des ſolides.

Des toiſes quarrées multipliées par des toiſes ſimples, produiſent des toiſes cubes.

Des toiſes ſimples multipliées par des pieds courans ſur toiſes; ou des toiſes quarrées multipliées par des pieds ſimples, produiſent des pieds ſolides ſur toiſes quarrées.

Des toiſes ſimples multipliées par des pieds quarrés, produiſent des pieds ſolides courans ſur toiſes.

Des pieds ſimples multipliés par des pieds courans ſur toiſes, produiſent auſſi des pieds ſolides courans ſur toiſes.

Des

Des pieds ſimples multipliés par des pieds quarrés, produiſent des pieds cubes.

Des pieds ſimples multipliés par des pouces courans ſur pieds, produiſent des pouces ſolides ſur pieds quarrés.

Des pieds quarrés multipliés par des pouces ſimples, produiſent auſſi des pouces ſolides ſur pieds quarrés.

Des pieds ſimples multipliés par des pouces quarrés, produiſent des pouces ſolides courans ſur pieds.

Des pouces ſimples multipliés par des pouces quarrés, produiſent des pouces cubes.

Il en eſt de même des pouces à l'égard des lignes.

PROPOSITION I.

Meſurer un Cube, ou un Parallélipipede.

Il faut multiplier toute ſa baſe par la hauteur du corps.

EXEMPLE.

Multipliez la baſe BD, (*Fig.* 21.) ou la ſurface oppoſée ſon égale AC, par la perpendiculaire AB; 9 pieds quarrés par trois pieds ſimples : le produit 27 pieds cubes, ſera le requis.

Les 9 pieds quarrés de la ſurface AECF, *ont chacun ſous ſoi une colonne compoſée de 3 pieds cubes, & trois fois 9 font 27.*

Pour avoir le contenu du parallélipipede GH, (*Fig.* 22.) il faut multiplier, comme ci-deſſus, les parties de la ſurface GI, par les parties de la per-

pendiculaire GN, 32 par 5 : & le produit 160 pieds cubes sera le requis.

Si le parallélipipede LM (*Fig.* 23.) avoit sa hauteur LN de trois toises, sa longueur OM de 2 toises 2 pieds, & sa largeur NO de 2 toises : il faudroit multiplier MO par OM, 2 toises 2 pieds, par 2 toises ; le produit seroit 4 toises quarrées, 4 pieds sur toises, pour la surface NM.

Multiplier cette surface NM par la hauteur LN, 4 toises quarrées, & quatre pieds sur toises, par 3 toises. Le produit seroit 12 toises cubes, & 12 pieds solides sur toises quarrées, qui feroient encore 2 toises cubes, lesquelles étant jointes aux 12, le corps LM se trouveroit contenir 14 toises cubes.

Toises quarrées.	pieds sur toises.
4	4
3	
12	12

Mais si AB (*Fig.* 24) étoit de 4 pieds, BC de 2 pieds 3 pouces, & CD de 3 pieds 4 pouces. Il faudroit premiérement trouver le contenu de la surface BD qui seroit de 6 pieds quarrés, 17 pouces sur pieds, & 12 pouces quarrés. *Puis*,

Multiplier les 6 pieds de la surface par les 4 de la hauteur, le produit seroit 24 pieds cubes.

Multiplier les 17 pouces de la surface par les 4 pieds de la hauteur, le produit seroit 68 pouces solides sur pieds quarrés.

pieds quarrés.	pouces sur pieds.	pouces quarrés.
6	17	12
4		
24	68	48
pieds cubes.	pouces solides sur pieds quarrés.	pouces solides courans sur pieds.

Multiplier encore les 4 pieds de la hauteur par les 12 pouces quarrés de la surface, le produit seroit 48 pouces solides courans sur pieds : c'est-à-dire, 4 pouces solides sur pieds quarrés, lesquels étant joints aux 68, feroient 72 ; c'est-à-dire, 6 pieds cubes, qui avec les 24 feroient 30 pour le contenu du corps AD.

Pour avoir le contenu du parallélipipede LO (*Fig.* 25.) qui a sa surface MO de 4 toises quarrées, 10 pieds courans sur toises, 6 pieds quarrés ; & sa hauteur LM de 3 toises 2 pieds, il faudroit :

Multiplier les toises par les toises, 4 par 3 ; le produit seroit 12 toises cubes.

Multiplier les toises par les pieds, 3 par 10, & 4 par 2 ; les produits seroient 30, & 8 pieds solides sur toises quarrées.

Multiplier les 2 pieds par les 10, le produit seroit 20 pieds solides courans sur toises.

Multiplier les 3 toises par les 6 pieds quarrés, le produit seroit 18 pieds solides courans sur toises.

Multiplier les 2 pieds par les 6, le produit seroit 12 pieds cubes.

Enfin, additionner tous ces produits, & le corps LO se trouveroit contenir 19 toises cubes, 2 pieds solides sur toises quarrées ; c'est-à-dire, un tiers de

toise cube, & 4 pieds solides courans sur toises, ou 24 pieds cubes.

4.....10.....6
3.....2

12.....30.....20
8.....18.....12

19.....	2.....	4.....	0
toises cubes.	pieds solides sur toises quarrées.	pieds solides courans sur toises.	pieds cubes.

Si on avoit encore à mesurer le parallélipipede AD (*Fig.* 26.) qui a sa hauteur AB d'une toise, 2 pieds, 3 pouces ; sa longueur BC de 2 toises, 2 pieds, 2 pouces ; & sa largeur BE de 4 pieds, 3 pouces ; il faudroit réduire les toises en pieds, & compter 8 pieds, 3 pouces pour AB, 14 pieds, 2 pouces pour BC. *Puis*,

Multiplier BC par BE, la surface BCDE se trouveroit contenir 56 pieds quarrés, 50 pouces courans sur pieds, & 6 pouces quarrés.

Multiplier le contenu de cette surface par la hauteur AB, & le corps se trouveroit avoir 496 pieds cubes, 8 pouces solides sur pieds quarrés, 7 pouces solides courans sur pieds, & 6 pouces cubes ; ces trois espéces de pouces faisant 1242 pouces cubes.

56.....50.....6
8.....3

448....168...150...18
400....48
48.....16.....1

496.....8.....7....6

Que si enfin on trouvoit trop de difficulté à ces fractions, on pourroit réduire aussi les pieds en pouces pour n'avoir qu'une sorte de partie, BC auroit 170 pouces, BE 51, & ces deux côtés multipliés l'un par l'autre produiroient 8670 pouces quarrés pour la surface BD; laquelle étant multipliée par la hauteur AB de 99 pouces, le produit seroit 858330 pouces cubes, qui étant divisés par 1728, valeur d'un pied cube, le quotient donneroit pour le contenu du parallélipipede AD, comme ci-dessus; c'est-à-dire, 496 pieds, & 1242 pouces cubes.

PROPOSITION II.

Mesurer le prisme triangulaire BF. (Fig. 27.)

Supposé que l'angle DEF soit droit, & les côtés DE, EF, chacun de quatre pieds. Multipliez DE par la moitié de EF, 4 par 2; le produit 8 pieds quarrés sera l'aire du triangle DEF.

Multipliez ce triangle par la hauteur DB, 8 par 3; le produit 24 pieds cubes sera le contenu du prisme proposé.

Les 6 quarrés entiers du triangle DEF, *& les 4 demi, qui en font encore 2 entiers, ont chacun sous*

ſoi une colonne de 3 pieds cubes, & 3 fois 8 font 24.

Vous meſurerez le priſme VT de la même maniere ; c'eſt-à-dire, en multipliant l'aire de la ſurface ST par la hauteur SV.

Le contenu du priſme AE (*Fig.* 28.) ſe trouvera en multipliant le plan A par la longueur AE, 4 par 10.

Suppoſé auſſi le priſme CE, (*Fig.* 29.) on le meſurera en multipliant ſa baſe ; c'eſt-à-dire, le rectangle ABCD par la moité de la hauteur BE ; ou la moitié du rectangle ABCD par la hauteur BE, par exemple, 60 par 2, ou 30 par 4. Le produit 120 ſera le même que ſi l'on avoit multiplié le triangle ABE par la longueur AC, 12 par 10.

PROPOSITION III.

Meſurer le talud d'un Rempart.

Le talud *c e* (*Fig.* 30,) conſideré ſéparement du corps du Rempart, & terminé par deux triangles *e d m*, *a b c*, qui ſont paralleles entr'eux, eſt proprement un priſme triangulaire ; ainſi on le meſurera par la précédente, ou comme il s'enſuit.

Suppoſé la longueur *a e* de 20 pieds, égale à la longueur *c d*. Elevez du milieu de la pente *a c*, l'aplomb *f g*, puis meſurez *a g*, qui, par exemple, ſera de 4 pieds.

Multipliez ces 4 pieds par les 20 de la longueur *a e*, le produit ſera 80.

Multipliez ces 80 par les 8 de la hauteur *a b*, le produit 640 pieds cubes ſera le ſolide du talud propoſé.

Supposé le rectangle a b g h, *il est égal au triangle* a b c : *car* a c *étant coupé en deux également par* g h, *le triangle* a g f *est égal au triangle* c f h (*suivant la 59 du 2 ;*) *d'où il suit que le parallélipipede* b i, *& le prisme taludé* a d, *étant de même longueur* a e, *sont égaux* (*suivant la précédente*) ; *ainsi mesurant l'un, on mesure l'autre.*

Mesurant a e *par* a g, *nous avons eu l'aire du rectangle* a j ; *& multipliant ce rectangle par la hauteur* a b ; *nous avons trouvé le contenu du parallélipipede* b j, *& par conséquent, du prisme ou talud proposée* a b c d e.

PROPOSITION IV.

Soit aussi proposé de mesurer le prisme CH *dont les plans rectangles* ABCD, GHIK *sont paralleles entr'eux.* (Fig. 31.)

Supposé que AB soit de 4 toises ; AD de 6, HI de 8, & BI de 6. Le rectangle AC sera de 24 toises quarrées, le rectangle GHIK de 48, & la coupe ABIH de 36 (*suivant la 4 du 7.*)

Additionnez les deux rectangles AC, GI ; & de leur somme 72, prenez la moitié 36 que vous multiplierez par les 6 de la hauteur BI ; le produit 216 toises cubes, sera le contenu du corps proposé : ce que vous verifierez (*par la 2*) en multipliant les 36 toises de la coupe ABIH par les 6 de la longueur AD, qui produiront les mêmes 216 toises cubes.

Vous trouverez de même le contenu du prisme ou Rempart AG (*Fig. 32.*) en multipliant la moi-

tié de la somme des deux rectangles ABCD, EFGH par la hauteur BI.

PROPOSITION V.

Mesurer le corps DF, *composé d'un parallélipipede & de deux prismes.* (Fig. 33.)

Mesurez ces trois parties séparément l'une de l'autre; & supposant AD de 15 pieds, AB de 3, EH de 20, IK de 5, vous trouverez 540 pieds cubes pour le parallélipipede CI; 450 pour le prisme AIL; & 90 pour le prisme AIF.

Faites addition de ces trois sommes, & vous aurez, pour le contenu du corps proposé, 1081 pieds cubes.

Autrement;

Mesurez les trois rectangles AC, EG, KH; le premier sera de 45 pieds quarrés, le deuxiéme de 60, le troisiéme de 75; & les trois ensemble feront 180 pieds quarrés.

Prenez la moitié de cette somme 180, & la multipliez par la hauteur AI; c'est-à-dire, 90 par 12, le produit 1080 sera égal au précédent.

Si l'on trouve quelque difficulté à mesurer les deux rectangles EG, KH, *séparément l'un de l'autre, on aura la valeur des deux ensemble, comme il s'ensuit.*

Mesurez tout le rectangle FGLN, qui se trouvera de 160 pieds quarrés.

De cette somme, ôtez les 25 du petit rectangle EK, car EI multiplié par IK, 5 par 5, donnera 25,

25, & le reste 135 sera la valeur des deux rectangles.

PROPOSITION VI.

Mesurer une Pyramide. (Fig. 34.)

Multipliez la base ou plan BCDF par le tiers de la perpendiculaire AE, & vous aurez le requis.

Autrement.

Multipliez la hauteur AE, par le tiers de la base, ou enfin multipliez toute la hauteur par toute la base, & le tiers du produit sera le requis.

Que le solide d'une pyramide se trouve en multipliant le tiers de la hauteur par la base; je le démontre.

Supposé que les six faces d'un cube HB, (Fig. 35.) *soient les bases d'autant de pyramides qui ayent leurs sommets au centre* A; *ces six pyramides dont le cube sera composé, seront égales.*

2. *Supposé que le côté* BC *soit de* 12 *pouces, toute la base* BCDE, *sera de* 144 *pouces quarrés (suivant la* 1 *du* 7.) *& tout le cube* BH *vaudra* 1728 *pouces cubes (suivant la* 1) *dont la sixiéme partie* 288 *sera le contenu de chaque pyramide.*

Or, tout le cube ayant douze pouces de haut, la hauteur de la pyramide ABCDE *sera de* 6, *& le tiers de* 6, *multiplié par la base* BCDE, *c'est-à-dire,* 2 *par* 144, *produira les mêmes* 288 *pouces cubes que nous avons trouvé que valoit chaque pyramide. Donc le contenu d'une pyramide se trouve en multipliant toute la base par le tiers de la hauteur.*

PROPOSITION VII.

Mesurer le reste d'une pyramide, dont la surface supérieure est parallele à la base. (Fig. 36.)

Trouvez le sommet de la pyramide, puis multipliez la base CDEF, par le tiers de la perpendiculaire AB, & vous aurez le contenu de la pyramide entiere BCDEF, (*suivant la précédente.*)

Multipliez aussi la surface supérieure HOI, par le tiers de la hauteur BO, pour avoir la valeur de la partie perdue BHOI, laquelle étant soustraite de celle de la pyramide entiere, restera la valeur de la partie proposée CI.

PROPOSITION VIII.

Mesurer l'Exaëdre irrégulier AG, *dont les surfaces opposées & paralleles* ABCD, EFGH, *sont deux rectangles inégaux & dissemblables.* (Fig. 37.)

Que AB soit de 20 pieds, AC de 8, EF de 15, EH de 3, & la hauteur IK de 12.

Multipliez EF par EH, 15 par 3, le produit 45 pieds quarrés sera la valeur du rectangle EFGH.

Multipliez aussi AB par AC, 20 par 8, le produit 160 sera la valeur du rectangle ABCD.

Mettez ces deux sommes 45, 160, en une 205.

Prenez la différence des côtés EH, AC, qui est 5, & la différence des côtés EF, AB qui est encore 5.

Multipliez ces deux différences l'une par l'autre, 5 par 5, & le produit 25 pieds quarrés, étant soustrait de la somme précédente 205, restera 180 pieds quarrés.

Prenez la moitié de ces 180 pieds quarrés, qui est 90, & la multipliez par la hauteur IK, c'est-à-dire, par 12, le produit sera 1080 pieds cubes.

Multipliez le produit des deux différences par le tiers de la hauteur IK, 25 par 4; & le produit 100 pieds cubes, joint au précédent 1080, fera la valeur requise 1180 pieds cubes.

Supposé que l'exaëdre ait quatre parties, (Fig. 38.) sçavoir un parallélipipede FGHIDOKP, *deux prismes* IKNBFP, IKECHO, *& une pyramide* IANKE: *ces parties étant mésurées, en supposant* IF *de* 15, HI *de* 3, IK *de* 12, KN *de* 5, *& AN de* 5, *le parallélipipede se trouvera contenir* 540 *pieds cubes (suivant la* 1;) *le premier prisme* 450, *le deuxiéme* 90 *(suivant la* 2;) *la pyramide* 100 *(suivant la précédente) & les quatre sommes jointes ensemble feront les* 1180 *pieds cubes que nous avons dit être le contenu de l'exaëdre.*

Mais supposé que l'exaëdre (Fig. 39.) *ayant les mêmes mesures, soit composé de neuf parties, d'un parallélipipede, de quatre prismes, & de quatre pyramides: en mesurant aussi ces parties chacune à part, on trouvera encore les mêmes* 1180 *pieds cubes.*

Ceux qui veulent mesurer cet exaëdre en multipliant la moitié de la somme des deux rectangles FH, BC, *par la hauteur* IK, *peuvent voir qu'ils se trompent considérablement; car au lieu de* 1180

pieds cubes, qui ſont le juſte contenu de ce corps, ils en trouvent 1230 *: l'erreur vient de ce qu'ils le meſurent comme un corps compoſé ſeulement de priſmes & de parallélipipedes (ſuivant la* 4) *ne conſiderant pas qu'il tient de la pyramide, & qu'il faut meſurer ſes parties pyramidales ſéparément du reſte, la maniere de les meſurer en étant différente; & c'eſt ce que nous avons fait en multipliant à part les* 25 *pieds du rectangle* ANKE, *par le tiers de la hauteur* IK, *pour avoir le contenu de la partie pyramidale* ANKIE.

PROPOSITION IX.

Meſurer un canal ou foſſé AC, *pour ſçavoir la quantité de terre qu'on en a tirée.* (Fig. 40.)

Meſurez ce canal comme ſi c'étoit un priſme; c'eſt-à-dire, en ſuppoſant AB de 200 toiſes, AD de 20, HF de 18, & FG de 2.

Meſurez la coupe ADFH (*par la* 4 *du* 7,) & la multipliez par la longueur AB, 38 par 200, le produit 7600 toiſes cubes ſera le requis. *Ou bien;*

Multipliez la largeur AD par la longueur AB, 200 par 20; le produit 4000 toiſes quarrées ſera pour la partie ſupérieure du canal ABCD.

Multipliez ces 4000 toiſes par la profondeur FG, qui eſt de 2; & du produit 8000 toiſes cubes, retranchez le ſolide des deux talus AFHD, leſquels étant chacun de 200 toiſes cubes (*ſuivant la* 2,) reſtera 7600 toiſes cubes pour le requis.

Autrement. Prenez la moitié des deux largeurs AD, FH; c'eſt-à-dire 19, & la multipliez par les 200 de la longueur AB, puis multipliez le pro-

duit 3800 par les 2 de la profondeur, & vous trouverez les mêmes 7600 toises cubes.

PROPOSITION X.

Mesurer la Maçonnerie qui fait le tour ou le bord d'un Bassin de Fontaine. (Fig. 41.)

Soit proposé de mesurer le bord du Bassin exagonal AB, composé de six prismes égaux.

Mesurez un de ces prismes (*par la* 2,) comme A en multipliant la surface supérieure par la hauteur CD; & supposé qu'il se trouve être de 15 pieds cubes, multipliez ces 15 pieds par le nombre des prismes; c'est-à-dire par 6, le produit 90 sera le requis.

PROPOSITION XI.

Mesurer le bord d'un Bassin rond. (Fig. 42.)

Mesurez l'aire du grand cercle AB, & celui du petit CD (*par la* 8 *du* 7.)

Défalquez de l'aire du grand cercle celui du petit, l'aire qui restera sera la différence de deux cercles, qui fait la surface ou partie supérieure du bord du bassin.

Multipliez cette différence AEB, par la hauteur EF, & le produit sera la valeur requise.

PROPOSITION XII.

Mesurer le solide d'un talud AF *qui fait un angle droit rentrant* BHL. (Fig. 43.)

Considérez ce talud comme un solide composé de deux prismes ABCDE, DFGLI.

Mesurez ces prismes (*par la 3*,) & supposé que le premier se trouve être de 300 pieds cubes, le deuxiéme de 400; les deux ensemble feront 700.

Retranchez de cette somme la valeur de la pyramide DCHIK, qui est commune aux deux prismes, le reste sera le contenu du talud.

PROPOSITION XIII.

Mesurer le talud de l'angle saillant CEG. (Fig. 44.)

Coupez DH égale à BC, FI égale à BG, puis considérez le talud proposé comme un solide composé de trois parties, deux prismes CH, IG, & une pyramide ABHEI.

Mesurez les prismes (*par la 3*) & la pyramide (*par la 6.*)

PROPOSITION XIV.

Mesurer le solide en talud ABE. (Fig. 45.)

Je suppose que AD, BC sont paralelles, que l'angle BAD est droit, comme il paroît par le plan géométral *a b c d*, & que AB est de 9 pieds, BC de 2, AF de 4, & FE de 8.

Coupez EI égale à BC, puis regardez le solide comme un corps composé de deux parties; d'un prisme ABCIF, & d'une pyramide CDEIH, dont le quarré DEIH est la base, & le point C le sommet.

Mesurez le prisme (*suivant la 2*,) il se trouvera avoir 36 pieds.

Mesurez aussi la pyramide (*suivant la 6*,) elle se

trouvera en avoir 48 ; & la somme de ces deux parties, c'est-à-dire 84, sera la valeur requise.

PROPOSITION XV.

Mesurer le talud de l'angle rentrant DLF, *qui est obtus.* (Fig. 46.)

Prenez DC égale à NB, EF égale à BG, puis supposant que les parties ABL, BLF, sont composées chacune d'un prisme & d'une pyramide, vous trouverez le solide du talud proposé par la précédente, c'est-à-dire en mesurant les deux prismes BD, GE, & les deux pyramides BLH, BLK.

PROPOSITION XVI.

Mesurer le Dodecaëdre régulier. A (Fig. 47.)

Les surfaces du dodecaëdre sont comme les bases d'autant de pyramides égales qui ont leurs sommets au centre de ce corps ; *ainsi*,

Mesurez une de ces pyramides (*par la 6*,) & supposé qu'elle se trouve être de 10 pieds cubes, multipliez ces dix pieds par le nombre des pyramides, qui est 12, le produit 120 sera le requis.

PROPOSITION XVII.

Mesurer une Sphere. (Fig. 48.)

Il faut multiplier le diamétre par la circonférence de son cercle, le produit sera la surface de la Sphere, (*suivant Archimede ;*) multiplier ensuite le tiers de cette surface par le rayon ou demi-diamétre, & on aura le requis.

Exemple.

Supposé que le diamétre AB soit de 14 pouces; la circonférence de son cercle de 44; multipliez ces deux valeurs l'une par l'autre, & le produit 616 pouces quarrés, sera la valeur de la surface de la Sphere.

Prenez le tiers de ces 616 pouces quarrés, qui est $205\frac{1}{3}$; & le multipliez par 7, moitié du diamétre, le produit 1437, sera le contenu demandé.

Si on suppose que les 616 pouces quarrés de la surface de cette Sphere, sont les bases d'autant de pyramides égales qui ont leurs sommets au centre; il est évident que, multipliant le tiers de ces bases (comme si toutes n'en faisoient qu'une) par la hauteur des pyramides, qui est le demi-diamétre de la Sphere, on a (suivant la 6) le contenu des 616 pyramides, & par conséquent le contenu de la Sphere qui en est composée.

PROPOSITION XVIII.

Mesurer le contenu d'un Tonneau. (Fig. 49.)

Mesurez l'aire d'un de ses fonds AB, & celui du plus grand cercle CD pris en dedans, puis multipliez la moitié de la somme de ces deux cercles par la longueur du tonneau EF. *Je m'explique;*

Si le diamétre AB est de 14 pouces, le diamétre CD de 16, leurs cercles seront, le premier de 154 pouces quarrés; le deuxiéme de $201\frac{1}{7}$ (*suivant la 8 & 9 du 7*,) & les deux ensemble seront 355 pouces quarrés $\frac{1}{7}$.

De cette somme prenez la moitié $177\frac{4}{7}$, & la multipliez

multipliez par la longueur EF de 24 pouces, le produit 4261 pouces cubes $\frac{5}{7}$, sera à peu près le contenu demandé.

Il ne faut pas s'imaginer, comme font quelques uns, que par cette régle le Tonneau n'eſt meſuré que comme un Vaiſſeau compoſé de deux parties de cônes TCVF; *car le produit de la multiplication de la longueur* CF, *par la moitié de la ſomme des cercles des deux diamétres* LN, TV, *donne plus que la valeur d'un Vaiſſeau tel qu'eſt* TCVF, *ſuivant ce que nous avons fait voir dans la huitiéme Propoſition & ce plus va à peu près pour la courbure du tonneau.*

PROPOSITION XIX.

Meſurer une certaine quantité de liqueur propoſée. (Fig. 50.)

Il faut avoir un bacquet fait bien à l'équerre, & la liqueur y étant verſée, la meſurer comme on meſureroit un parallélipipede.

Exemple.

Suppoſé que le bacquet ait en dedans 8 pouces de long, 4 de large, & qu'étant bien de niveau la liqueur y ſoit haute de 2.

Multipliez la longueur par la largeur, 8 par 4, & le produit 32, par la hauteur 2, le requis ſe trouvera de 64 pouces cubes.

Observations.

1. Les parallélipipedes & les priſmes de même hauteur, ſont entr'eux comme leurs baſes. (*Fig.* 51.)

Supposé que le premier parallélipipede, le deuxiéme & le prisme suivant ayent leurs bases double l'une de l'autre; je veux dire, que la premiére base soit double de la deuxiéme, & celle-ci double de la troisiéme; la premiere ayant 8 pouces quarrés, la deuxiéme en aura 4, & la troisiéme 2: & si la hauteur de ces corps est de 10 pouces, le premier parallélipipede sera de 80 pouces cubes, le deuxiéme de 40, moitié de 80, & le prisme de 20, moitié de 40 (suivant la 1 & la 2.) Mais la base du cylindre étant de 6 pouces quarrés, le cylindre aura 60 pouces cubes, & comme la base du cylindre sera à la base du prisme, 6 à 2; le cylindre sera au prisme, 60 à 20.

Il s'ensuit aussi que,

2. Les pyramides de hauteurs égales, sont en même raison que leurs bases. (*Fig.* 52.)

3. Un prisme & une pyramide de même hauteur & de bases égales, sont en raison de 3 à 1; c'est-à-dire, que le prisme est triple de la pyramide. (*Fig.* 53.)

Supposé que le prisme A *& la pyramide* B, *ayent 4 pieds de hauteur sur des bases de 9 pieds quarrés; le prisme (suivant la 1) sera de 36 pieds cubes, & la pyramide seulement de 12 (suivant la 6.)*

La même chose doit s'entendre du cylindre C *à l'égard du cône* D.

4. Un prisme & une pyramide de même hauteur sont en même raison, que la base du prisme est au tiers de la base de la pyramide; ou que la base du

prisme prise trois fois, est à la base entiere de la pyramide. (*Fig.* 54.)

Exemple.

Que le prisme A, *& la pyramide* B *soient de même hauteur, & que la base de la pyramide soit divisée en trois parties égales,* CH, IK, LD; *le prisme* A, *est à la pyramide* B, *comme sa base* EF *est à* CH, *troisiéme partie de la base* CD.

Ou bien. *Supposé le plan* EG *trois fois aussi grand que la base* EF; *le prisme est à la pyramide, comme le plan* EG *est à la base* CD: *de sorte que si le plan* EG *est double ou triple du plan ou base* CD, *le prisme est double ou triple de la pyramide; ce qui est évident par la précédente.*

5. Les corps semblables, par exemple, A & B, (*Fig.* 55.) sont en raison triplée de leurs bases: ou ce qui est la même chose, ils sont entr'eux comme les cubes de leurs côtés homologues.

Que CD, EF, GH, IK, (Fig. 55.) *soient continuellement proportionnelles: la raison de* CD, *à* IK, *est triplée de la raison de* CD *à* EF. (*par la 66 du* 1.) *Or, comme le côté* CD *d'un pied, est à* IK *de huit; ou comme le cube* CD *d'un pied est au cube* EF *de huit; aussi la pyramide* A *est à la pyramide* B, *comme un à huit.*

De même, la Sphere L (Fig. 56.) *est à la Sphere* M, *comme le cube* N *est au cube* O: *ou bien, ce qui est la même chose, la Sphere* L *est à la Sphere* M, *comme son diamétre* PP, *est à la quatriéme proportionnelle* T.

Que la pyramide A, (Fig. 57.) *ſoit à la pyramide* B *en raiſon d'un à huit : je le démontre.*

Puiſque les pyramides A, B, *ſont ſemblables, & que* CD *eſt d'un pied ou de* 12 *pouces, &* EF *de deux pieds ou de* 24 *pouces ; la hauteur* AV *étant de* 21 *pouces, la hauteur* BX, *ſera de* 42 ; *car comme* EF *eſt double de* CD, BX *doit auſſi être double de* AV. *De plus, les baſes* CDGI, EFHK, *étant des quarrés parfaits, la premiere ſera de* 144 *pouces quarrés, & la deuxiéme de* 576 (*ſuivant la* 1 *du* 7.) *Cela connu, ſi on multiplie la premiere baſe* 144 *par* 7, *tiers de la hauteur* AV ; *le produit* 1008, *ſera le contenu de la pyramide* A : *& ſi on multiplie la deuxiéme baſe* 576 *par* 14, *tiers de la hauteur* BX, *le produit* 8064, *octuple du précédent* 1008, *ſera le contenu de la pyramide* B. *Donc, la pyramide* A *eſt à la pyramide* B, *comme un à huit.*

La même démonſtration ſe fera des deux Spheres.

6. Il s'enſuit que pour faire un corps ſemblable à un autre, mais plus grand ou plus petit ; par exemple, un cube double ou triple du propoſé A : (*Fig.* 58.) il faut prendre une ligne IK double ou triple du côté CD ; puis trouver entre ces deux longueurs CD, IK, deux moyennes proportionnelles, EF, GH, (*par la* 54 *du* 3 :) & la ſeconde EF ſera le côté d'un cube double ou triple du propoſé.

Si on vouloit faire une ſuite de corps ſemblables, de boules, (*Fig.* 59.) par exemple, qui fuſſent quadruples l'un de l'autre dans une proportion continue ; la premiere A étant donnée de 16

lignes de diamétre, il faudroit prendre le diamétre PQ de quatre ; puis trouver les deux diamétres moyens LM, NO (*par la* 54 *du* 3,) & les boules A, B, C, E, seroient quadruples l'une de l'autre.

Pour en ajouter une cinquiéme, il n'y auroit qu'à trouver son diamétre TV proportionnel aux deux diamétres PQ, NO, (*suivant la* 49 *du* 3,) & faire la même chose pour une sixiéme, une septiéme, &c.

Suivant la précédente, la boule A *seroit quadruple de la bouble* B, *comme le diamétre* IK *le seroit du diamétre* PQ : *& le diamétre* LM *étant au diamétre* TV *comme* IK *à* PQ, *par la raison d'égalité, la boule* B *seroit quadruple de la boule* C, *comme le diamétre* LM *seroit quadruple du diamétre* TV ; *& ainsi des autres boules.*

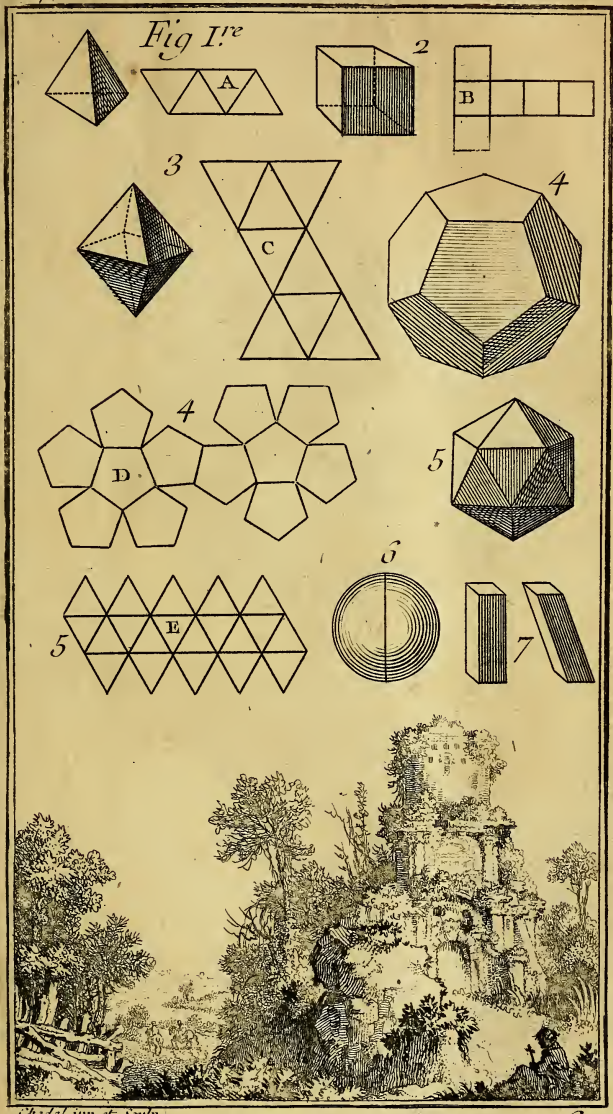
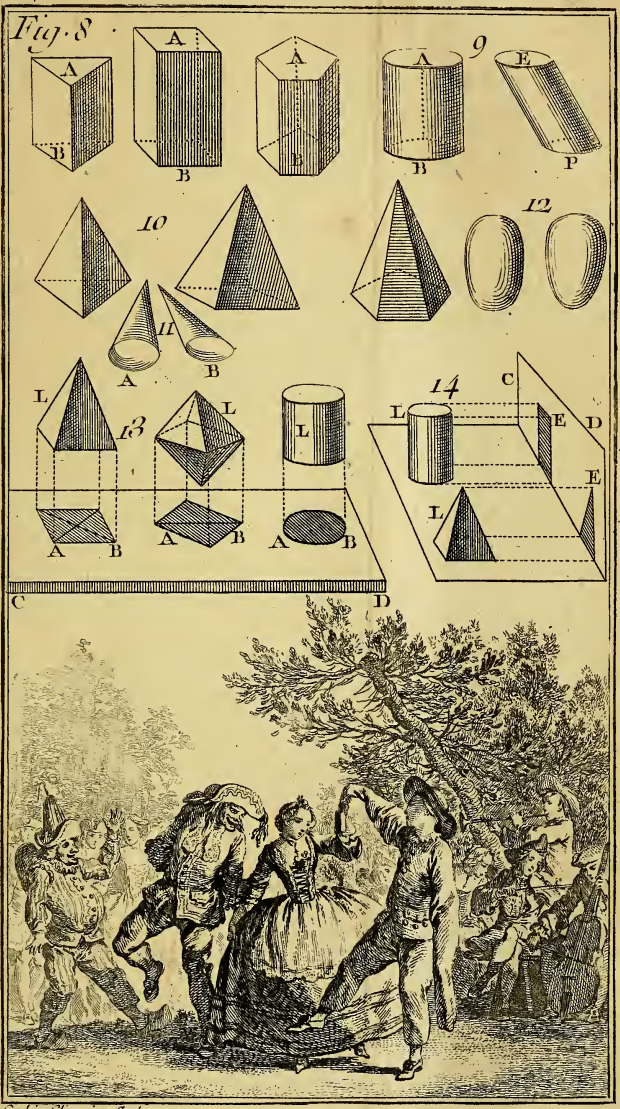


Fig Ire
A
2
B
3
C
4
4
D
5
6
5
E
7



Cochin filius ino. Sculp.

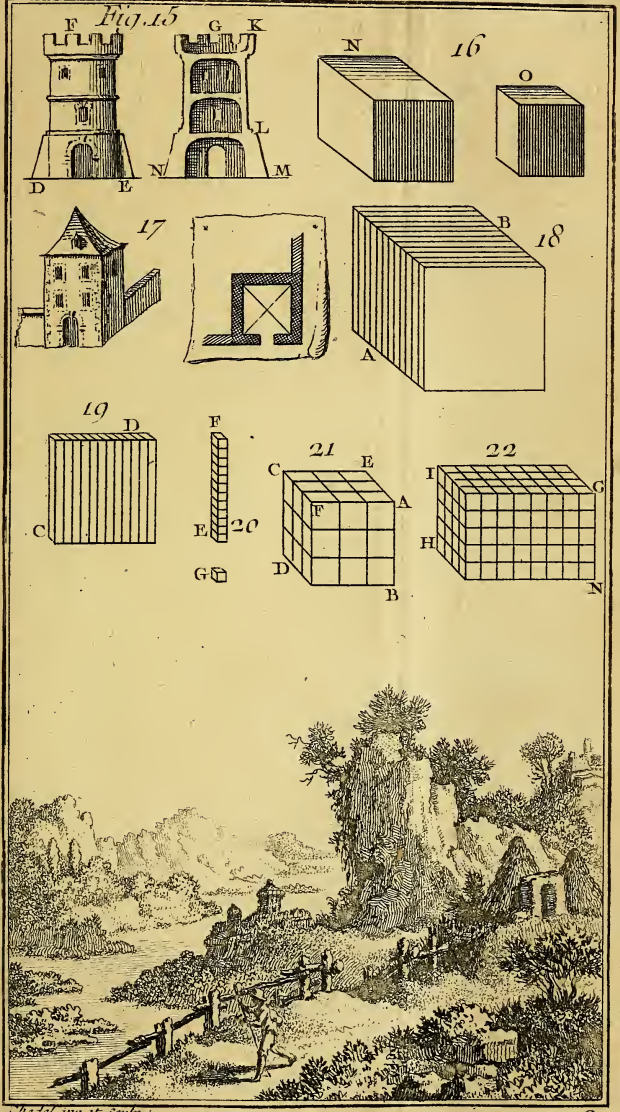


Fig. 15
F
G
K
L
N
M
D
E
16
N
O
17
18
B
A
19
D
C
F
E
20
G
21
C
E
A
F
D
B
22
I
G
H
N

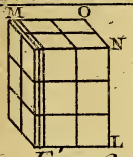
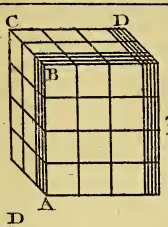
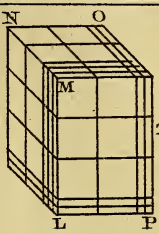

M
O
N
L

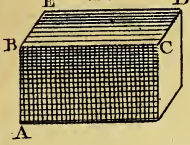
Fig. 23.

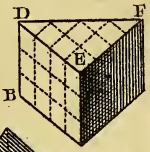

C
D
B
A

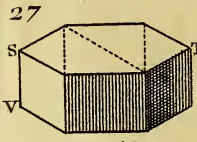
24

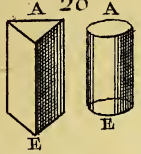

N
O
M
L
P

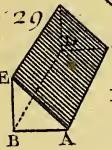
25

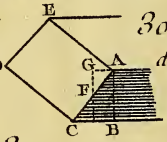

26
E
D
B
C
A

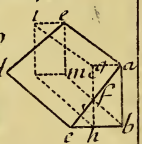

D
F
E
B

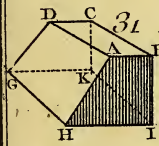

27
S
T
V

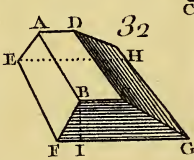

A
28
A
E
E

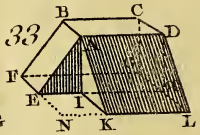

29
C
E
B
A

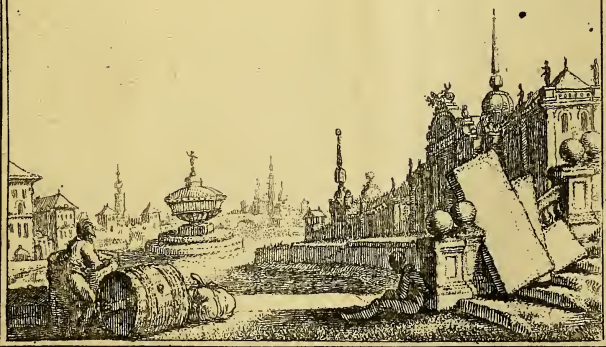

E
30
D
G
A
F
C
B


i
g
d
a
f
b
e
h


D
C
31
A
B
G
K
H
I


A
D
32
E
H
B
F
I
G


B
C
33
D
F
E
I
N
K
L



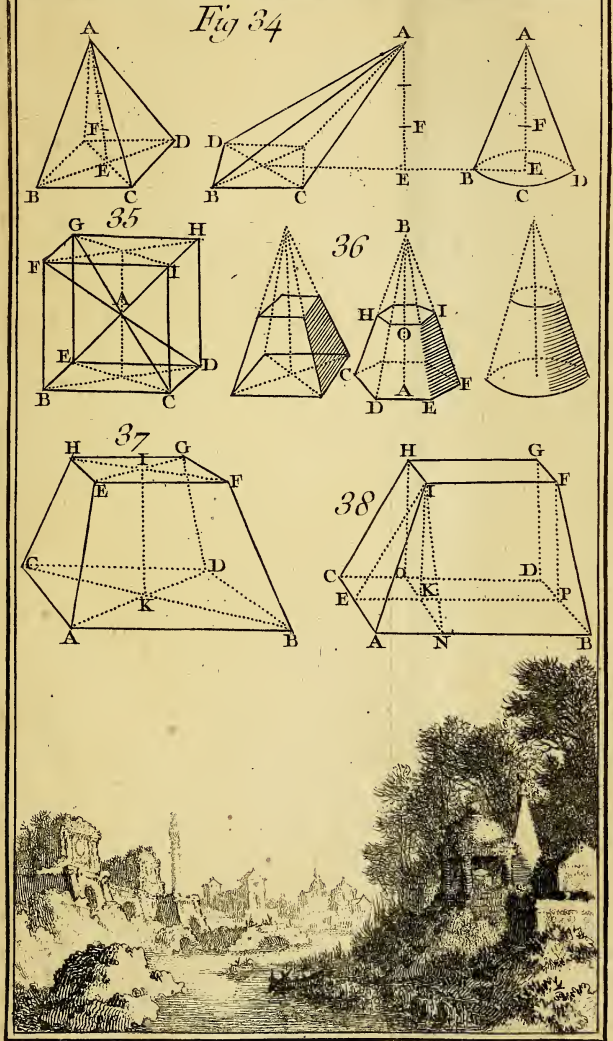
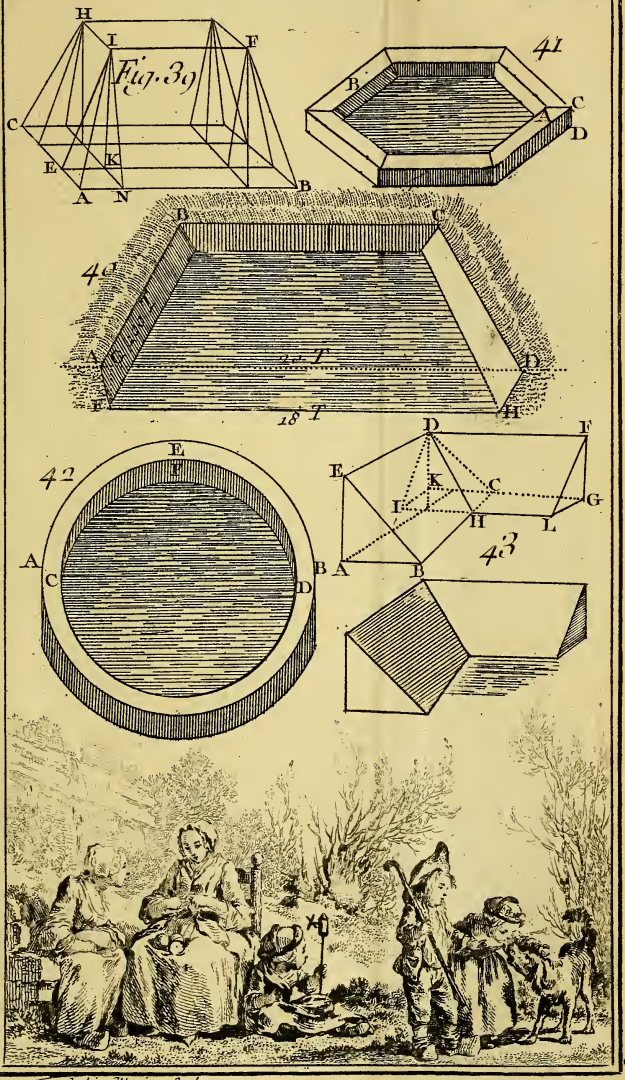


Fig 34
A
F
D
E
B
C
35
G
H
I
36
37
38



Cochin filius inv. Sculp.

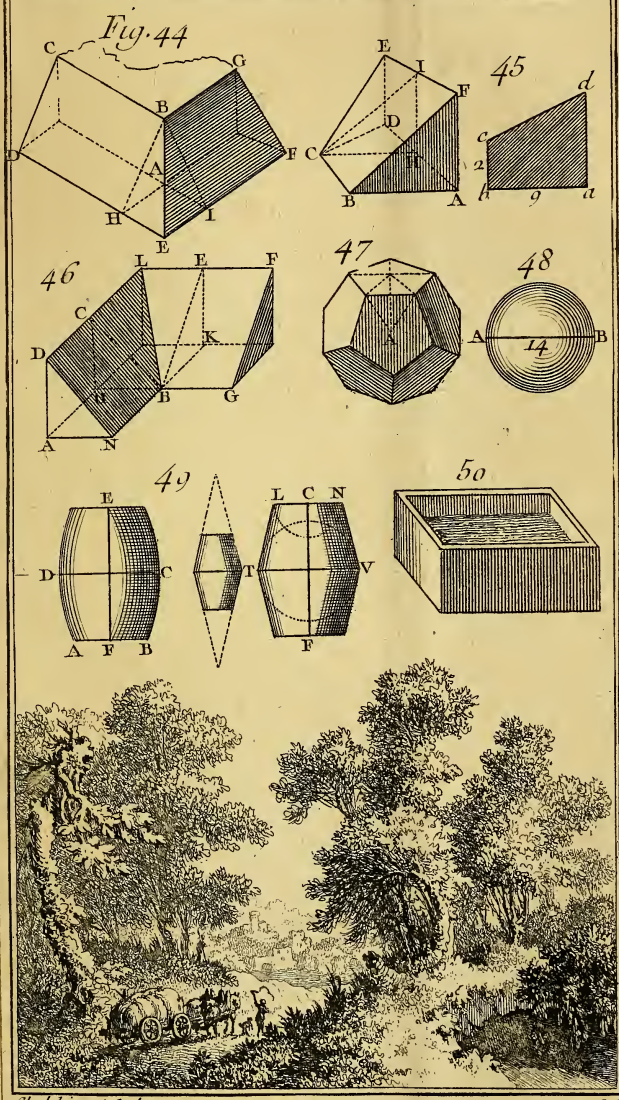
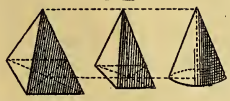


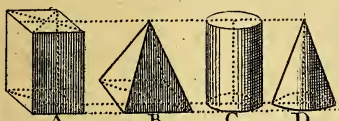
Fig. 44
C
G
B
D
A
F
H
I
E
E
I
F
D
C
H
B
A
45
d
c
2
b
g
a
46
L
E
F
C
K
D
H
B
G
A
N
47
48
A
14
B
49
E
D
C
A
F
B
T
L
C
N
V
F
50

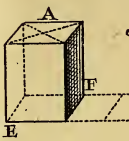
Fig 51

52



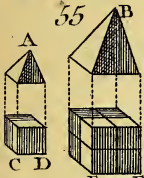
53

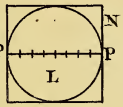




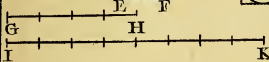
54

55

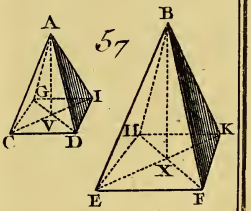




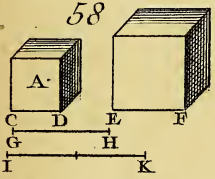
56



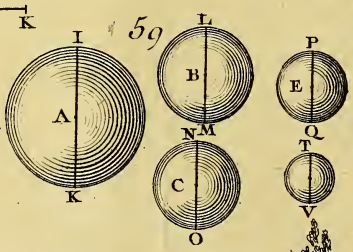
57



58



59



Cochin filius inv. et Sculp.

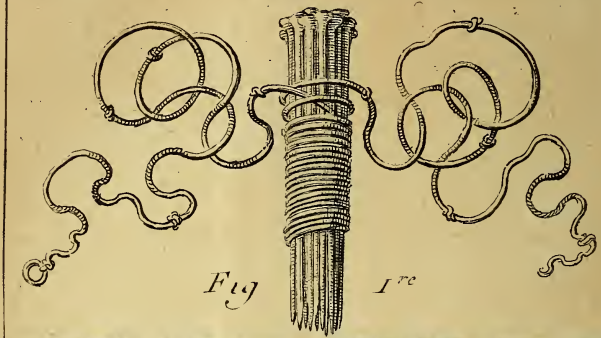


Fig 1re

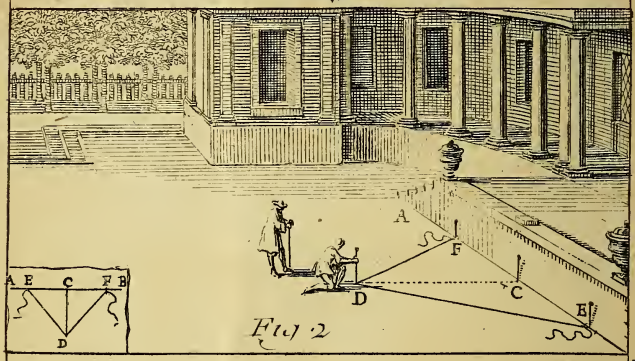
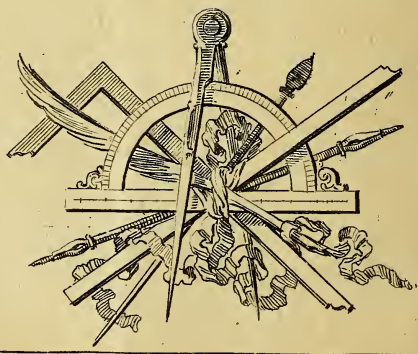


Fig 2



CHAPITRE X.

PRATIQUES SUR LE TERREIN, Où l'on enſeigne à lever des Plans, à en tracer & à meſurer toutes ſortes de dimenſions inacceſſibles.

ON travaille ſur le terrein avec divers inſtrumens : ceux dont on uſe le plus, ſont le Cordeau, le Demi-cercle, le Compas de proportion, & la Planchette.

USAGE DU CORDEAU.

Le Cordeau (Fig. 1.) *peut être ſimple & de telle longueur qu'on voudra, mais étant diviſé, il eſt de dix toiſes pour l'ordinaire, & les diviſions y ſont marquées par des nœuds faits de ſix pieds en ſix pieds; c'eſt-à-dire, de toiſe en toiſe.*

PROPOSITION I.

Du piquet C, *conduire ſur le pré une ligne qui faſſe des angles égaux avec le mur* AB. (Fig. 2.)

Fichez près du mur AB, deux piquets E, F, également éloignés du piquet C, à la diſtance d'environ deux ou trois toiſes.

Prenez le cordeau par le milieu D, & faites porter ſes deux bouts, l'un au piquet E, & l'autre au piquet F, puis le tenant bandé de part & d'autre, fichez le piquet D, par lequel vous conduirez la ligne demandée. (*Voyez la 4 du 3.*)

PROPOSITION II.

Tirer ſur le pré ou terrein, & au piquet B, *une ligne qui faſſe un angle droit avec le mur* AB. (Fig. 3.)

Pliez le cordeau en deux, & le tenant par le milieu avec un piquet C, faites porter un de ſes bouts au piquet B, & l'autre à quelque diſtance de-là, par exemple au piquet D, qu'on aura fiché à volonté contre le mur.

Plantez le piquet C, tenant le cordeau tendu de part & d'autre, de maniere qu'il faſſe un triangle iſoſcele BCD.

Levez le bout du cordeau qui eſt au piquet B & le portez en E, prenant garde que CE ſoit une ligne droite avec CD; puis menez BE qui fera un angle droit avec AB, (*ſuivant la 5 du 3.*)

PROPOSITION III.

Couper l'angle ABC *en deux également.* (Fig. 4.)

Plantez deux piquets G, H, en égale diſtance de la pointe de l'angle B.

Prenez deux parties égales de cordeau HO, GO, & BO coupera l'angle en deux. (*ſuivant la 3 du 3.*)

PROP.

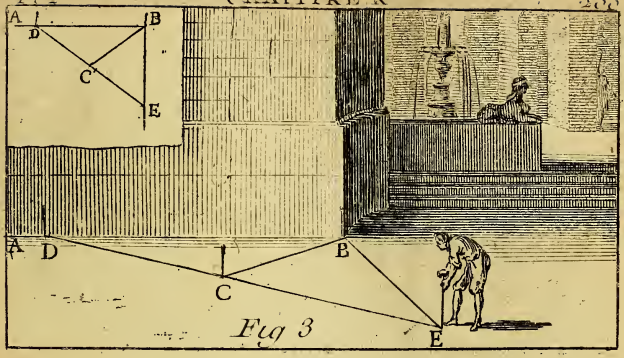


Fig 3

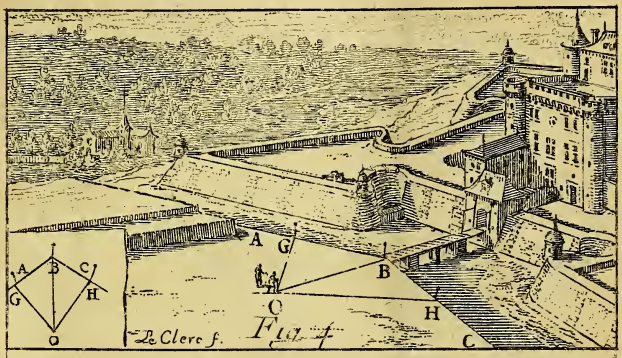


Fig 4

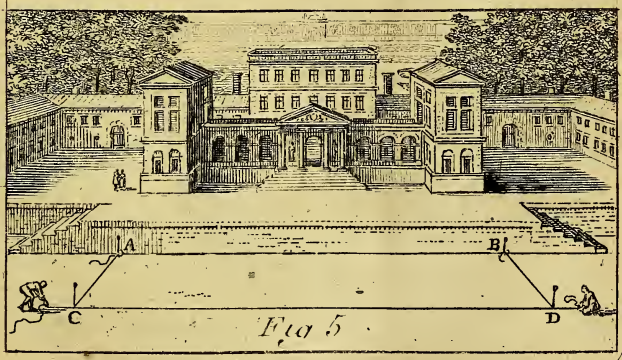


Fig 5

Fig. 6.

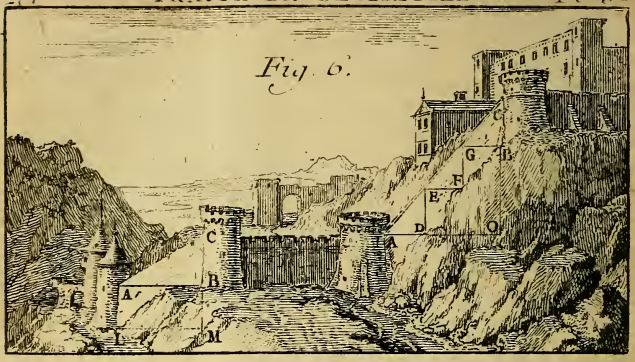


Fig. 7.

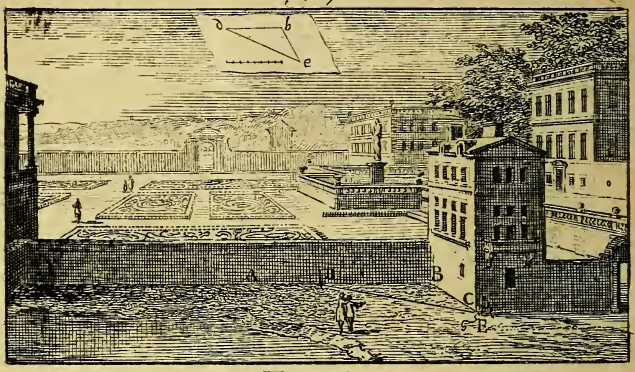
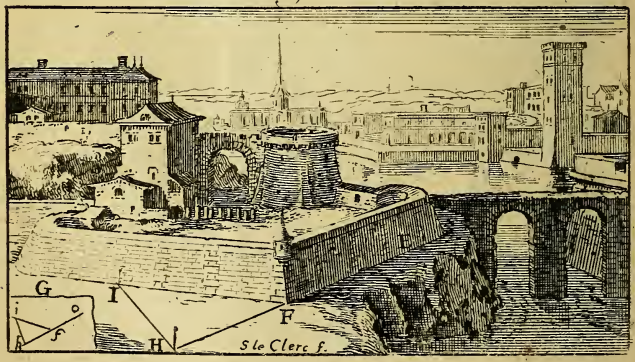


Fig. 8.



PROPOSITION IV.

Du piquet C, *mener un cordeau parallele au mur* AB. (Fig. 5.)

Prenez avec le cordeau la distance BD égale à la distance AB (*suivant la* 8 *du* 3.)

PROPOSITION V.

Lever le plan d'un mur AC *bâti sur la descente d'une montagne, ou plutôt, mesurer ce mur pour en avoir le plan.* (Fig. 6.)

Mesurez sa longueur par la ligne de niveau AB, ou par les trois AD, EF, GB; lesquelles, prises ensemble, sont égales à la seule de niveau AO.

Il y a de la différence entre mesurer un mur comme celui-ci pour le toisé de la Maçonnerie, & le mesurer pour en lever le plan.

Dans le premier cas, le mur doit être mesuré par toute sa longueur AC, *mais dans le second, il le faut mesurer seulement par la longueur qu'il auroit sur des fondemens pris sans aucune pente, comme* LM.

PROPOSITION VI.

Lever le plan de l'angle rentrant B, *c'est-à-dire, décrire sur du papier, un angle égal à celui des deux murs* ABC. (Fig. 7.)

Plantez les piquets D, E, à quatre ou cinq toises de la pointe de l'angle B.

Mesurez la distance qui est entre les piquets D, E, puis faites sur du papier, le triangle *b* sembla-

ble au triangle BDE, (*par la 30 du 3*,) & vous aurez l'angle *b*, égal à l'angle B.

PROPOSITION VII.

Lever le plan de l'angle saillant EFO. (Fig. 8.)

Attachez le cordeau par un bout à l'angle F, & le tendez vers H, faisant une ligne droite avec EF.

Prenez FH de 5 ou 6 toises, & FI d'autant.

Mesurez la distance des deux piquets HI.

Faites un triangle *f i h*, semblable au triangle FIH (*par la 30 du 3*,) & l'angle extérieur *o f i* sera le requis.

PROPOSITION VIII.

Tracer sur le terrein un triangle semblable au proposé ABC. (Fig. 9.)

Prenez trois parties de cordeau D, E, F, chacune d'autant de toises qu'il y en a d'écrites sur les côtés du triangle ABC.

Les lignes se tracent sur le terrein avec une bêche ou quelqu'autre instrument propre à couper la terre.

PROPOSITION IX.

Lever le plan d'un mur composé de plusieurs angles A, B, C, D. (Fig. 10.)

Tendez le cordeau AI, & dans son alignement, plantez les piquets, G, H, L, &c. vis-à-vis des angles B, C, D, &c.

Fig 9

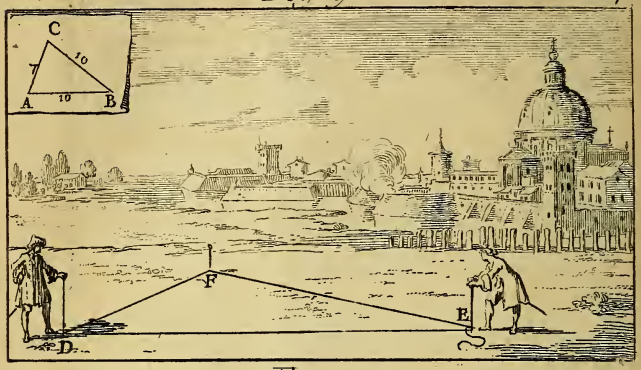


Fig 10

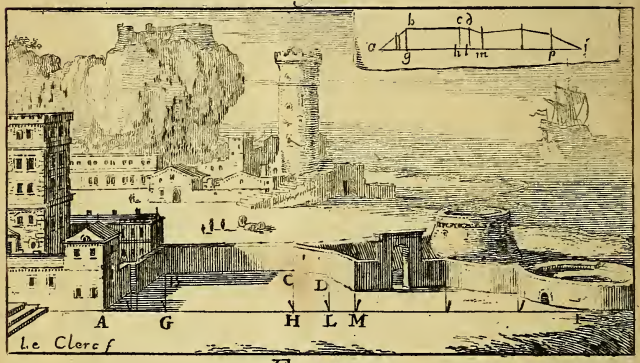
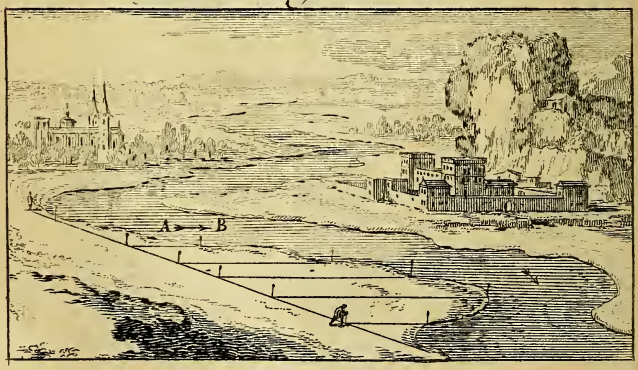


Fig. 11



Mesurez les perpendiculaires GB, HC, LD, & toutes les parties du cordeau AI.

Tirez sur du papier une ligne *a i*, & la divisez par le moyen d'une petite échelle, aux points *g*, *h*, *l*, *m*, *n*, comme le cordeau AI est divisé par les piquets G, H, L, M, N.

De tous ces points *g*, *h*, *l*, *m*, *n*, élevez des perpendiculaires *g b*, *h c*, &c. & les terminez entr'elles suivant les mesures des perpendiculaires GB, HC, &c. puis par leurs extrémités décrivez le plan demandé *a*, *b*, *c*, *d*, *i*.

Le serpentement d'une riviere (Fig. 11.) *se désignera de même, & le courant de l'eau peut être marqué par une fléche* AB, *qu'on sçait aller toujours la pointe devant.*

PROPOSITION X.

Lever le plan d'un pré, ou de telle autre piéce de terre qu'on voudra. (Fig. 12.)

Tendez un cordeau tout au travers, par exemple, de l'angle A à l'angle B.

De cette ligne, que nous appellons ordinairement ligne maîtresse, observez la situation de tous les angles du pré (*par la précédente.*)

Les Lignes CE, DH, *&c. peuvent être conduites à angles égaux sur* AB, *par le moyen d'une grande Equerre, comme la figure le fait voir.*

PROPOSITION XI.

Lever le plan d'un Château par le dehors. (Fig. 13.)

Environnez le Château par de grandes lignes maîtresses DEFCH, & mesurez exactement leurs longueurs & l'ouverture des angles qu'elles feront entr'elles.

Ces grands alignemens DEFCH, *se feront ou de cordeau, ou seulement de rayons visuels; & pour les angles, outre qu'on en peut prendre les ouvertures par les manieres précédentes, ils se peuvent aussi mesurer par le recipiangle, qui est un instrument composé de deux grandes régles de bois, qui s'ouvrent & se serrent à la maniére d'un compas.*

De ces lignes maîtresses, observez tout le contour du Château (*par la précédente*) tenant un mémoire exact de la valeur de toutes les lignes & de tous les angles que vous mesurerez.

Un plan se commence sur les lieux par un simple brouillon qu'on fait à vue; c'est-à-dire, sans régle & sans compas, mais qu'on charge par des chiffres, de la juste valeur des lignes & des angles qu'on mesure sur le terrein; & sur ce brouillon on fait son plan ou dessein au net, lorsqu'on est de retour à la maison.

USAGE DU DEMI-CERCLE.

Le demi-cercle (Fig. 14.) *dont on use sur le terrein à une alhidade ou régle mobile avec des pi-*

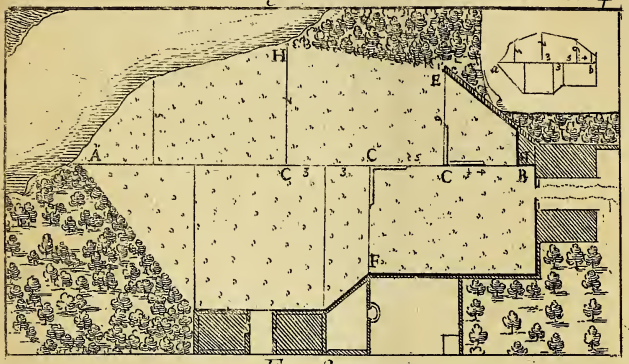


Fig 13

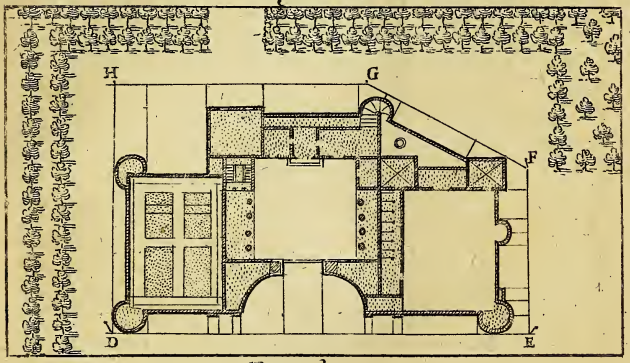


Fig 13

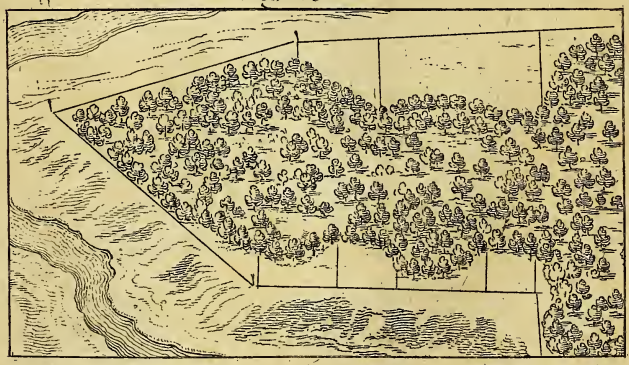


Fig 14

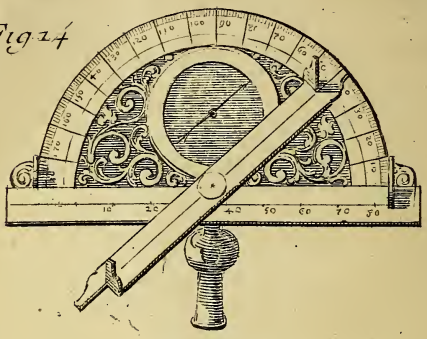


Fig 15

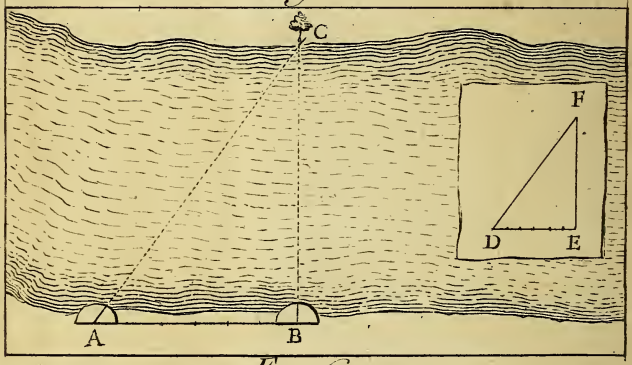
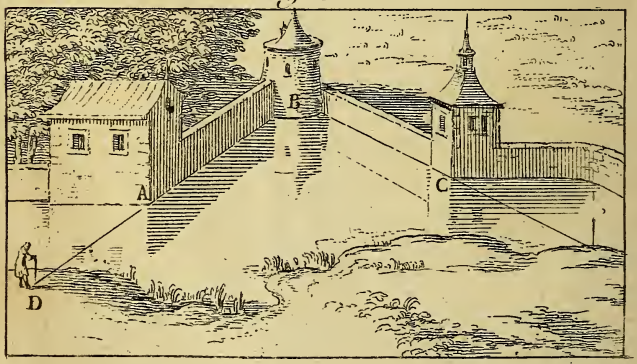


Fig 16



nules ; c'eſt-à-dire, des viſieres, & un pied au-deſſus duquel il ſe meut & ſe tourne à toutes ſortes de biais, par le moyen d'une charniere ou machine qu'on nomme genoüil.

PROPOSITION I.

Meſurer une largeur de riviere, par exemple, BC. (Fig. 15.)

Prenez ſur le rivage une baſe BA de dix, vingt, trente toiſes, ou plus, ſi la riviere eſt d'une largeur conſidérable.

Poſez le demi-cercle en A, & meſurez l'angle BAC en dirigeant les deux régles de l'inſtrument, l'une vers B, & l'autre vers C.

Meſurez de la même maniere l'angle ABC.

Tirez ſur votre papier une baſe DE, d'autant de petites parties que vous aurez donné de toiſes à la baſe BA, puis faites les angles D, E, égaux aux angles B, A, (*par la* 11 *du* 3,) & la ligne DF contiendra autant de petites parties de l'échelle DE, que la largeur BC contiendra de toiſes (*ſuivant la* 53 *du* 2.)

PROPOSITION II.

Meſurer l'angle rentrant ABC, *qu'un foſſé plein d'eau rend inacceſſible.* (Fig. 16.)

Mettez-vous ſur le bord du foſſé à quelqu'endroit comme D, d'où le mur AB ſoit enfilé, & y plantez un piquet.

Plantez auſſi le piquet E dans l'enfilade CB.

Meſurez avec le demi-cercle les angles D, E, qui,

par exemple, ſont, l'un de 62 dégrés, & l'autre de 58.

Faites l'addition de ces deux angles, puis tirez leur ſomme 120 de 180, le reſte 60 ſera la valeur de l'angle B (*ſuivant la* 1 *du* 8.)

PROPOSITION III.

Meſurer l'angle ſaillant ABC, *duquel on ne peut approcher.* (Fig. 17.)

Plantez les piquets D, E, en ligne droite avec les faces AB, BC.

Meſurez les angles D, E, & ſuppoſé que le premier ſe trouve de 40 dégrés, le deuxiéme de 50, le troiſiéme B ſera de 90 (*par la* 1 *du* 8,) & l'angle ABC d'autant (*ſuivant la* 19 *du* 2.)

PROPOSITION IV.

Meſurer la courtine AB, *ayant le foſſé* EF, *entre deux.* (Fig. 18.)

Prenez ſur le bord du foſſé une baſe à volonté, *par exemple*, CD de 30 toiſes.

Des extrémités de cette baſe CD, dirigez avec le demi-cercle des rayons vers les points A & B, en obſervant la valeur des angles BDA, BDC, comme auſſi des angles ACB, ACD.

Décrivez la figure *e f g b*, ſemblable à la figure ABCD, (*par la* 29 *du* 3.) & la baſe *e f* étant faite de 30 petites parties, par rapport à la baſe CD, qui eſt de 30 toiſes, vous connoîtrez la longueur de la courtine AB, par le nombre des petites parties qui ſe trouveront compriſes dans la ligne *g b*.

Fig 16

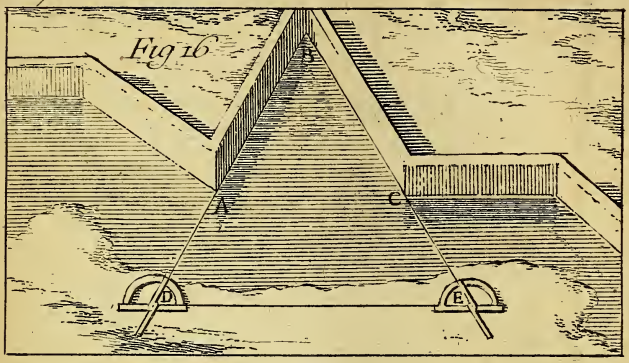


Fig 17

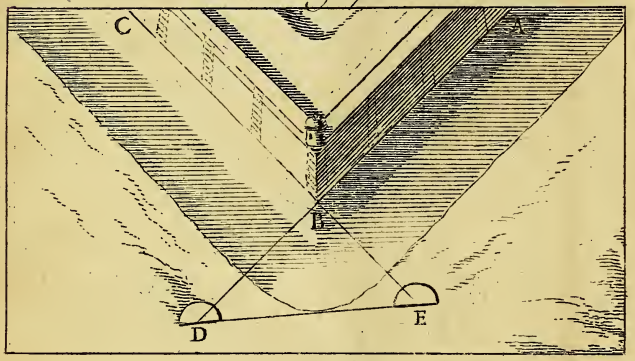
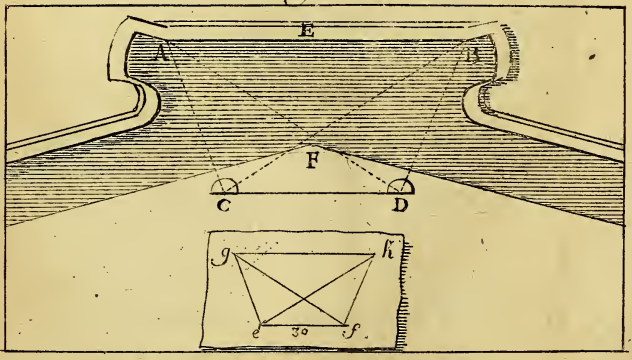


Fig 18



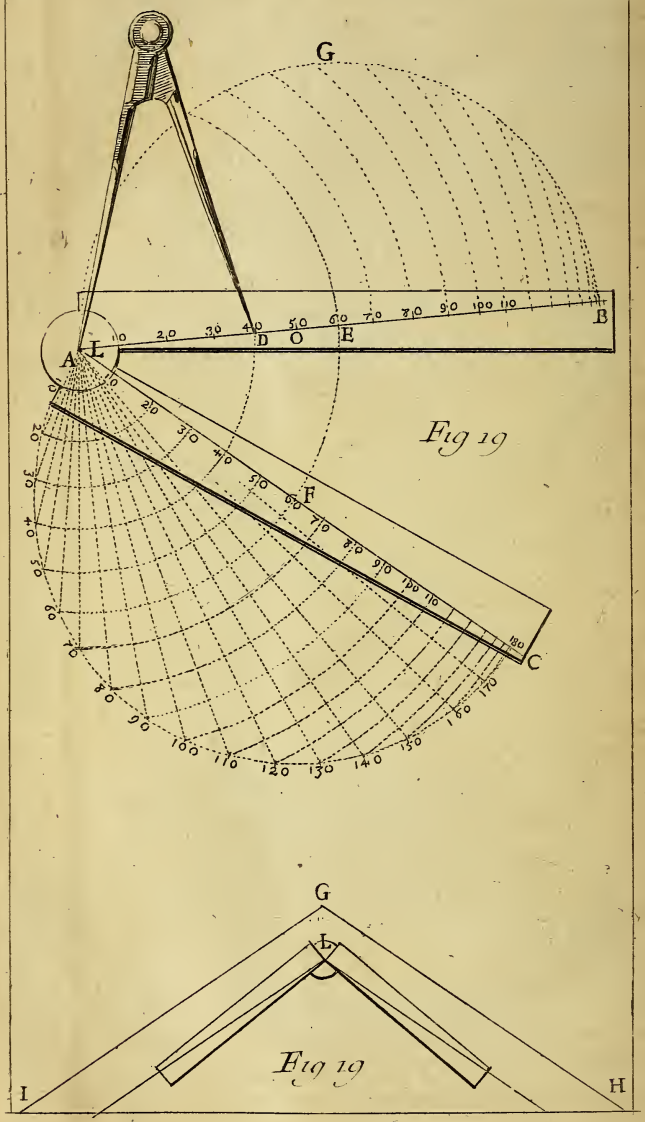


Fig 19

Fig 19

Usage du Compas de Proportion.

Le Compas de proportion (Fig. 19.) *a pour jambes deux régles de cuivre, sur lesquelles il y a d'ordinaire quatre paires de lignes gravées, dont l'une, qu'on nomme des cordes, & qui est destinée à la mesure des angles, est celle qui sert sur le terrein.*

Les deux lignes AB, AC *qui font cette paire, sont divisées chacune en* 180 *parties qui répondent par ordre aux* 180 *dégrés de leur demi-cercle, comme il paroît par la figure* ABC.

Aux extrémités de ces deux lignes, sont des pinules qui servent à diriger les rayons visuels, & le compas est monté sur un pied, avec un genoüil semblable à celui du demi-cercle.

PROPOSITION I.

Faire un angle de telle ouverture qu'on voudra, par exemple, soit proposé de faire un angle de 40 *dégrés au point* L. (Fig. 19.)

Prenez avec un compas commun la corde AD de 40 dégrés. Ouvrez le compas de proportion tant que les cordes de 60 dégrés AE, AF soient éloignées l'une de l'autre par leurs extrémités E, F, d'une ouverture égale à celle des pointes du compas commun; c'est-à-dire, ouvrez le compas de proportion jusqu'à ce que la corde de l'arc EF se trouve égale à la corde AD, & l'angle EAF sera de 40 dégrés.

Si on veut faire un angle de 50 *ou* 60 *dégrés, il faut ouvrir le compas de proportion, jusqu'à ce que* EF *soit égal à la corde de* 50 *dégrés* AO, *ou à*

celle de 60 AE, *& ainſi de tous les autres angles.*

PROPOSITION II.

Meſurer l'angle IGH. (Fig. 20.)

Poſez le compas de proportion à trois ou quatre pieds de l'angle G, par exemple en L, puis tendez des cordeaux LM, LN, paralleles aux deux murs GH, GI, afin d'avoir l'angle MLN, égal à l'angle HGI.

Accommodez les jambes du compas de proportion, ou pour mieux dire, dirigez leurs lignes des cordes ſur les cordeaux LM, LN; & le compas étant ainſi ouvert, d'un angle égal au propoſé, le nombre des dégrés de ſon ouverture ſe trouvera comme s'enſuit.

Prenez avec un compas commun, la diſtance EFI qui eſt entre les points de 60 dégrés.

Portez cette ouverture de compas commun ſur une des lignes des cordes, & trouvant qu'elle embraſſe la corde AD de 140 dégrés, concluez que l'angle eſt ouvert de 140 dégrés.

USAGE DE LA PLANCHETTE.

La Planchette (Fig. 21.) *eſt un ais d'environ douze ou quinze pouces en quarré, monté ſur un pied à trois branches.*

On travaille ſur cette Planchette comme ſur une petite table, le papier y eſt arrêté avec un chaſſis qui s'emboite au bord, & les lignes qu'on tire deſſus, ſe dirigent par des épingles qu'on fait ſervir de viſieres & de petits piquets.

PROP.

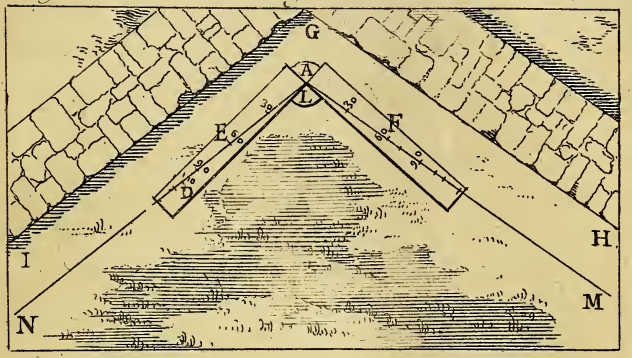


Fig. 21.

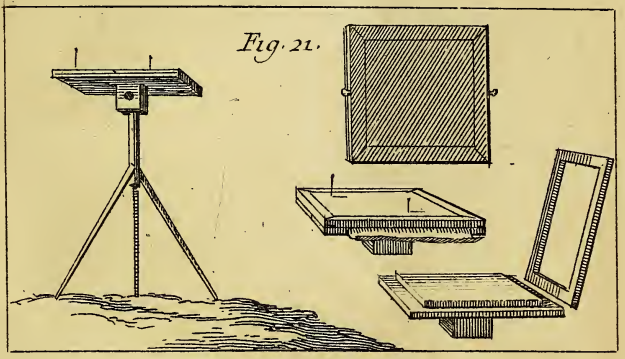


Fig. 22.

Fig. 23.

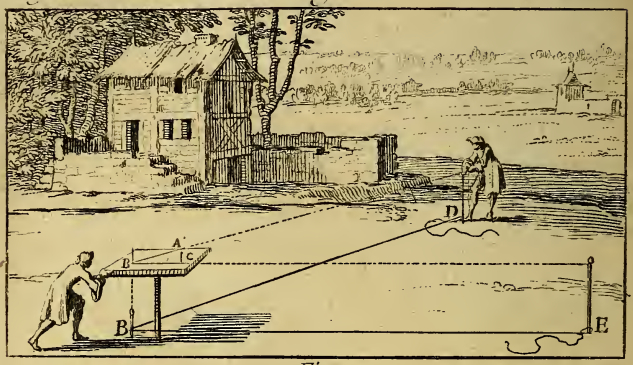
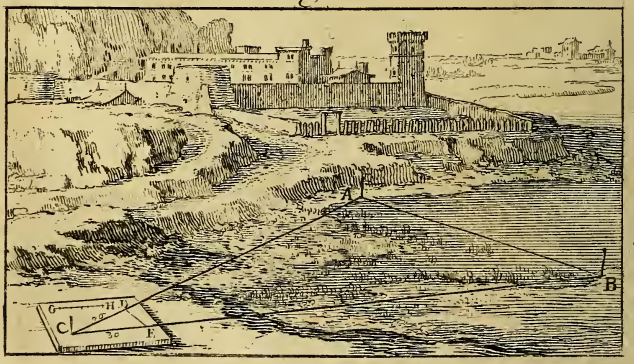


Fig. 24.

Fig. 25.



PROPOSITION I.

Tirer une ligne sur le terrein qui réponde à la ligne AB *proposée sur la planchette.* (Fig. 22.)

Fichez sur la ligne proposée AB, deux épingles; l'une à l'extrémité A, & l'autre à l'extrémité B.

Plantez dans le terrein un piquet P, directement au-dessous de l'épingle A.

Attachez le cordeau par un bout à ce piquet P, & quelqu'un portant l'autre bout avec un piquet C, faites diriger le cordeau PS, sous la ligne AB; je veux dire, faites planter le piquet C dans le rayon visuel ABC, & le cordeau étant bien tendu fera la ligne demandée.

PROPOSITION II.

Un angle ABC *étant proposé sur la planchette, en aligner un semblable sur le terrein.* (Fig. 23.)

Tendez sur le terrein les cordeaux BD, BE, précisément sous les lignes BA, BC (*par la précédente.*)

PROPOSITION III.

Du point O, *donné sur la planchette, tirer une ligne vers quelqu'endroit proposé, par exemple, vers le clocher.* F. (Fig. 24.)

Fichez une épingle bien à plomb au point O, & regardant le clocher F, par le bas de cette épingle, plantez dans le rayon visuel OF, & vers le bord de la planchette, une autre épingle H, puis tirez la ligne demandée OH.

PROPOSITION IV.

Mesurer une largeur inaccessible, par exemple, celle d'un marais AB. (Fig. 25.)

Placez la planchette à quelqu'endroit comme C, d'ou vous puissiez aller en lignes droites vers les buts A & B ; & d'un point C pris sur la planchette, dirigez les rayons, sçavoir CD vers A, & CE vers B.

Mesurez les longueurs CA, CB, & les raccourcissez proportionnellement sur la planchette par le moyen d'une petite échelle : par exemple, si CA est de 36 toises & CB de 30 ; prenez sur l'échelle GH 36 petites parties pour CD, 30 pour CE ; & le nombre des petites parties de la ligne DE vous fera connoître combien il y aura de toises du point A au point B. (*suivant la 58 du 2.*)

PROPOSITION V.

Etant donné un plan sur la planchette, en tracer un semblable sur le terrein. (Fig. 26.)

Posez la planchette dans le milieu du terrein où vous avez à exécuter le plan proposé ; qui, par exemple est d'un petit Fort, dont la longueur de chaque rayon est connue par les chiffres qui sont écrits dessus.

Dirigez avec le cordeau des rayons sur le terrein qui répondent à ceux du plan donné sur la planchette, (*par la* 1) par exemple, le rayon DA est chiffré de 124 toises, prenez le cordeau DE de 124 toises, & ainsi du reste. (*Voyez la 6 du 6.*)

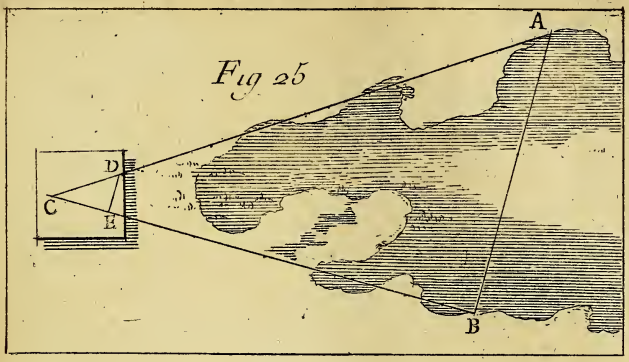


Fig 25

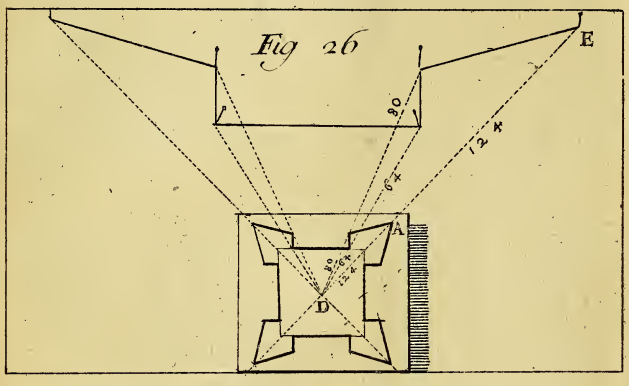


Fig 26

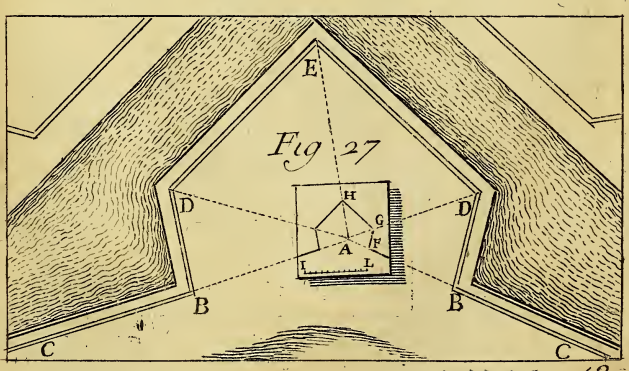


Fig 27

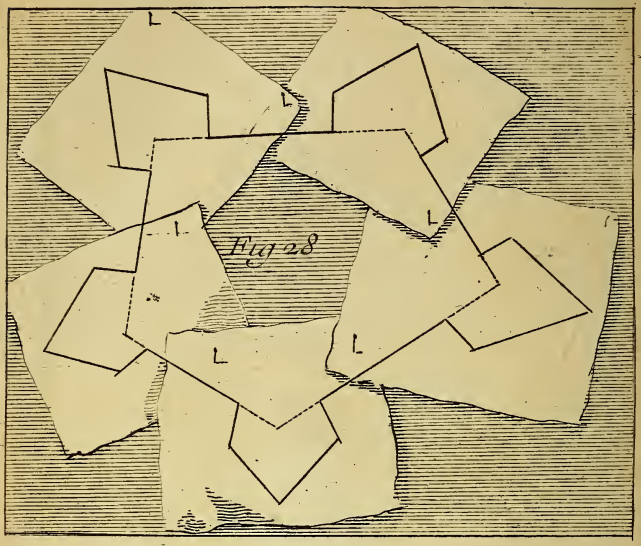
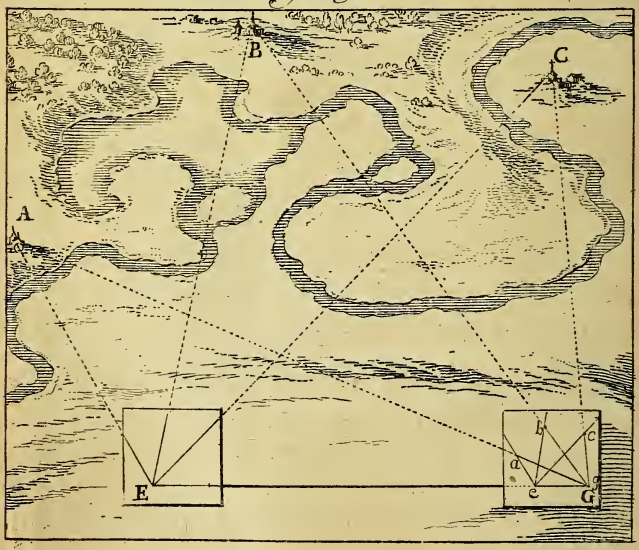


Fig 29



PROPOSITION VI.

Lever le plan d'une place, & premiérement du baſtion DED. (Fig. 27.)

Poſez la planchette dans la gorge du baſtion, à l'endroit A, d'où vous pourrez enfiler les deux courtines BC, BC.

Du point A pris ſur la planchette, dirigez des rayons vers tous les angles du baſtion.

Meſurez les rayons AB, AD, AE, &c.

Raccourciſſez ces rayons proportionnellement ſur la planchette, par le moyen d'une échelle IL.

Menez FG, GH, HG, &c. & vous aurez le plan du baſtion propoſé.

Mettez une autre feuille de papier ſur la planchette, puis faites le plan du baſtion ſuivant, & paſſez ainſi de baſtion en baſtion juſqu'au dernier, en obſervant la longueur des courtines.

Tous les baſtions de la place étant tracés avec leurs courtines, ſur autant de morceaux de papier, vous les aſſemblerez ſur une table (*Fig.* 28.) & ſi la clôture du plan ne ſe trouve pas juſte, je veux dire, ſi aſſemblant ces parties, la premiere ne ſe rapporte pas tout-à-fait avec la derniere, il faudra regagner ce défaut en ouvrant ou reſſerrant tant ſoit peu chaque angle de la figure.

PROPOSITION VII.

Lever la ſituation de pluſieurs Villages en même-tems; par exemple, de trois Villages A, B, C. (Fig. 29.)

Choiſiſſez un terrein où vous puiſſez avoir une

baſe de cinq ou ſix cens toiſes, & plus s'il eſt poſſible ; & que de ſes extrémités E, G, on découvre les villages propoſés.

A l'une des extrémités de cette baſe, comme E, & du point E, pris ſur la planchette, dirigez des rayons vers les clochers ou lieux apparens de ces villages, & un autre rayon vers le piquet G, (*ſuivant la 3.*)

De ce dernier rayon faites une baſe ſur la planchette, qui réponde à celle que vous avez priſe ſur le terrein, & écrivez ſur chaque rayon le nom du village où il eſt dirigé.

Tranſportez la planchette en G, & la tournez de ſorte que la baſe *e d* que vous avez tirée deſſus, ſe trouve au-deſſus de celle du terrein EG. *Puis ;*

Du point G pris ſur la planchette, dirigez auſſi des rayons vers les villages A, B, C, & les points *a*, *b*, *c*, où ils couperont les rayons de la premiere ſtation, ſeront en diſtance avec leurs baſes *e d*, comme les trois villages A, B, C, avec leur baſe EG.

En dirigeant les rayons viſuels, il faut avoir ſoin que la planchette ſoit toujours de niveau, & jamais inclinée ; cette circonſtance eſt abſolument néceſſaire pour bien réuſſir.

PROPOSITION VIII.

Conduire du point A, *une ligne parallele à la muraille* CD, *de laquelle on ne peut approcher.* (Fig. 30.)

Plantez la planchette B à quelqu'endroit aſſez éloigné du point A.

Du point B, dirigez ſur la planchette des rayons vers les points A, C, D.

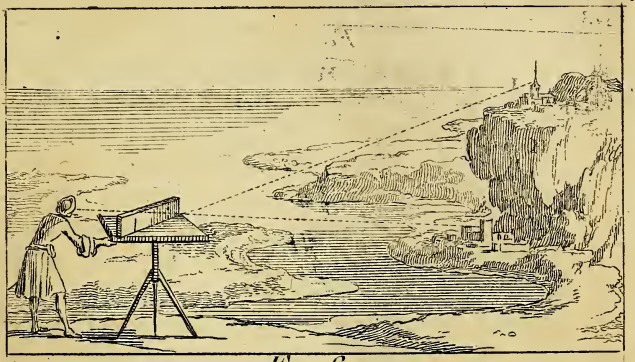


Fig 30

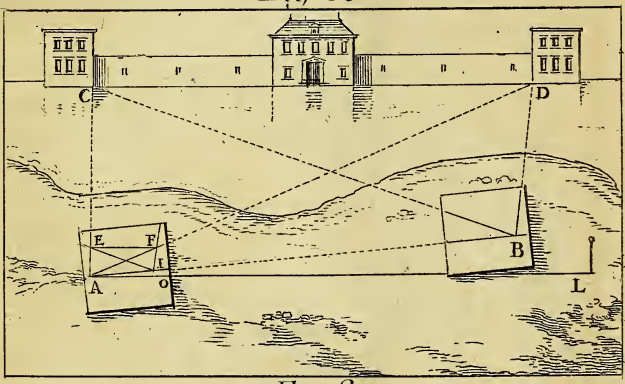


Fig 31

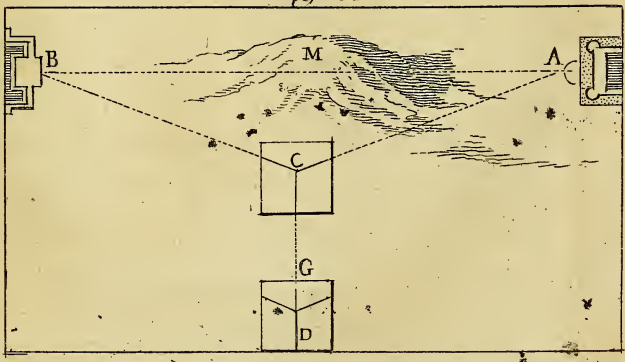


Fig 31.

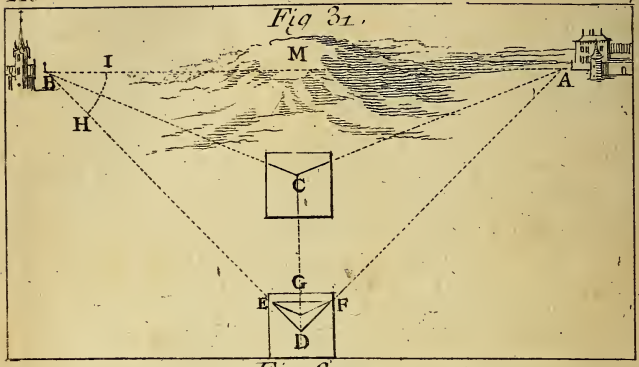


Fig. 32.

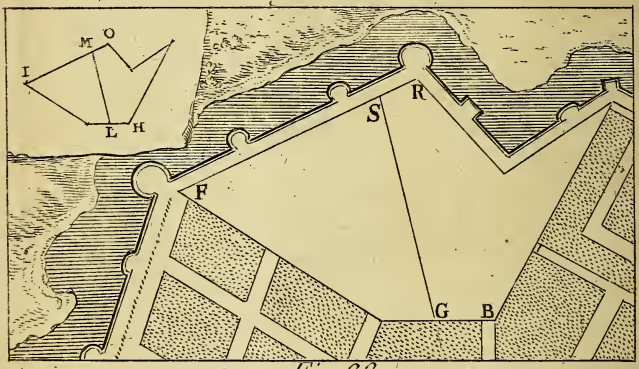
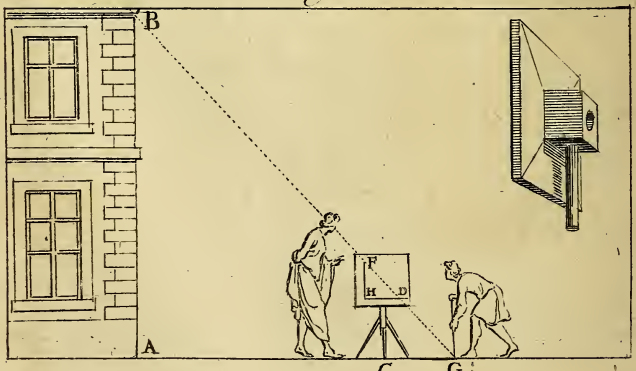


Fig. 33.



Transportez la planchette en A, & la posez de telle sorte que le rayon AI fasse partie du rayon AB.

Du point A dirigez les rayons AC, AD, & par les points où ils couperont ceux de la premiere station, menez FH, laquelle sera parallele à CD.

Menez sur la planchette la ligne AO, parallele à FH, & sous cette ligne tirez sur le terrein la demandée AL (*par la* 1.)

PROPOSITION IX.

Tirer une ligne vers un lieu qu'on ne voit pas. (Fig. 31.)

Supposé que la montagne M empêche qu'on voye du point B, le lieu A vers lequel on doit tirer une ligne.

Avancez en quelqu'endroit C, d'où vous puissiez découvrir les deux points A & B.

En ce lieu, & du point C pris sur la planchette, dirigez des rayons vers A & B, & un troisiéme vers un autre point comme D, d'où l'on pourra aussi découvrir les mêmes points A & B.

Transportez la planchette en D, & la plantez de maniere que le rayon DG pris sur la planchette, se trouve sur le rayon DC; puis du point D, dirigez les seconds rayons DA, DB.

Des points E, F où ces rayons couperont les premiers, menez la ligne EF, & enfin faites (*par la* 2.) l'angle HBI égal à l'angle DEF, & BI sera dirigée vers le lieu proposé A.

PROPOSITION X.

Diviſer le Pré BF *en deux parties égales par une ligne droite menée du point* G. (Fig. 32.)

Levez un plan du pré propoſé.

Diviſez ce plan HI en deux également, par la ligne LM (*ſuivant la* 12 *du* 5.)

Meſurez exactement OM, MI, puis coupez RF en S, comme OI l'eſt en M, & la ligne GS fera le partage demandé.

PROPOSITION XI.

Meſurer la hauteur d'un Bâtiment AB, *qui eſt à plomb ſur un pavé bien de niveau* AG. (Fig. 33.)

Poſez la planchette bien à plomb en quelque lieu commode, par exemple, en C.

Tirez ſur cette planchette la parallele DH.

Du point D tirez le rayon DE vers l'extrémité du bâtiment B.

Prolongez ce rayon juſques ſur le pavé en G.

Voyez le nombre de pieds qu'il y a entre A & G, & coupez DH d'autant de petites parties.

Elevez la perpendiculaire HE, elle contiendra autant de petites parties de la ligne DH, que la hauteur AB contiendra de pieds (*ſuivant la* 53 *du* 2.)

PROPOSITION XII.

Meſurer la hauteur AB, *de laquelle on ne ſçauroit approcher.* (Fig. 34.)

Tirez ſur la planchette une baſe *c d*.

A la hauteur de cette baſe, tendez un fil NM par

Fig. 34

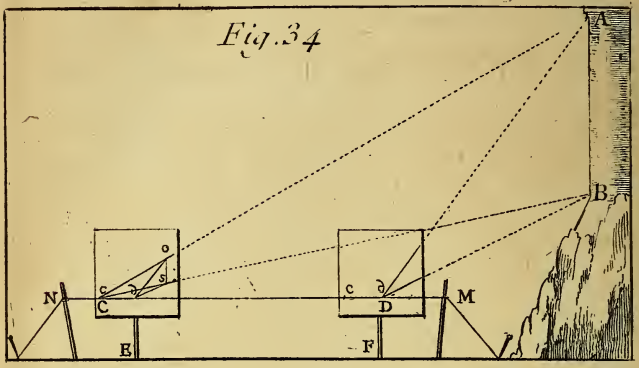


Fig. 35.

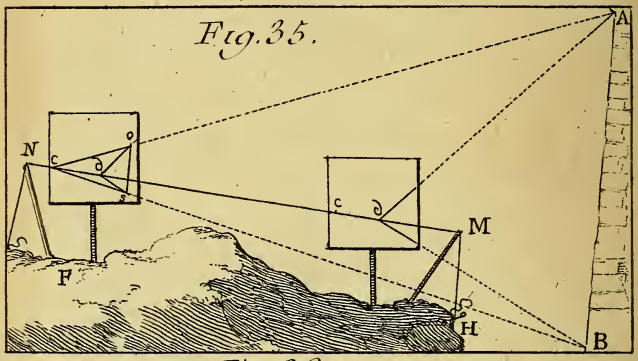
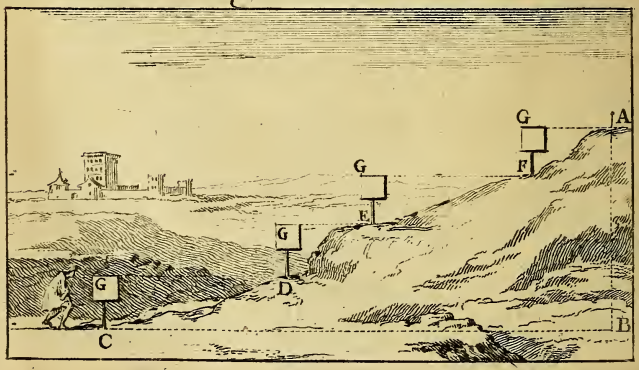


Fig. 36.



le moyen de deux bâtons, comme il paroît par cette figure.

Sur ce fil marquez une longueur CD de sept ou huit pieds, ou plus, laquelle servira de base pour le terrein.

Du point *d*, dirigez sur la planchette deux rayons ; l'un vers A, & l'autre vers B.

Transportez la planchette en E, & l'ajustez de maniere que le point *c* se trouve sur le point C, de même que la base *c d*, sur la base CD.

Tirez du point *c* deux autres rayons vers les points A & B, & les points où ils couperont les premiers rayons, donneront la hauteur *o s* qui sera à la petite base *c d*, comme AB est à la grande base CD.

PROPOSITION XIII.

Mesurer sur le terrein inégal & penchant FH, *une hauteur inaccessible* AB. (Fig. 35.)

La pratique de cette proposition est semblable à la précédente, & la différence de terrein ne change rien dans l'opération.

PROPOSITION XIV.

Mesurer la hauteur de la montagne AB. (Fig. 36.)

Posez la planchette bien à plomb au pied de la montagne.

Dirigez un rayon GD par le côté supérieur de la planchette.

Transportez la planchette en D, & là, dirigez un autre rayon de niveau GE.

Continuez la même chose jusqu'au sommet A, & le nombre des stations donnera la hauteur AB, car supposé dix stations, la planchette ayant 4 pieds de

haut, ce sera 40 pieds pour la hauteur de la montagne.

Par la même pratique on connoîtra la descente AC & la distance BC, en mesurant les rayons GD, GE, GF, &c.

PROPOSITION XV.

Mesurer le talud du rempart AB. (Fig. 37.)

Prenez une pique & attachez au bout un plomb qui descende au bas du fossé.

Tenez cette pique couchée sur le haut du rempart & l'avancez jusqu'à ce que le plomb tombe sur le défaut du talud B; sa saillie AD dans le fossé, sera égale à la mesure demandée CB (*suivant la 38 du 2.*)

PROPOSITION XVI.

Mesurer la hauteur des étages, fenêtres, portes, & autres parties de la face d'une maison. (Fig. 38.)

Placez-vous à quelque distance de la maison, par exemple, en A, & vous tenant arrêté ferme, & sans mouvoir la tête, marquez sur une régle ou canne OG, qu'on tiendra droite devant vous, le passage des rayons visuels par lesquels vous verrez les hauteurs à mesurer; & les parties BFIKG seront entr'elles comme les parties DFHLC.

Mesurez ensuite avec un pied ou une toise, la partie inférieure du bâtiment DF, qui vous est accessible, & supposé qu'elle se trouve être de 8 pieds, divisez BF en 8 parties égales, cette division sera une échelle pour mesurer les parties FIKG.

FIN.

Fig 36

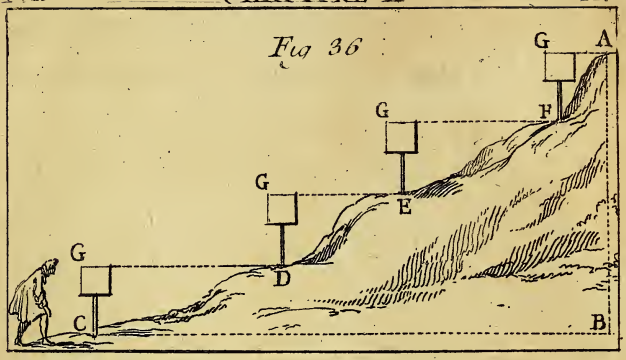


Fig 37

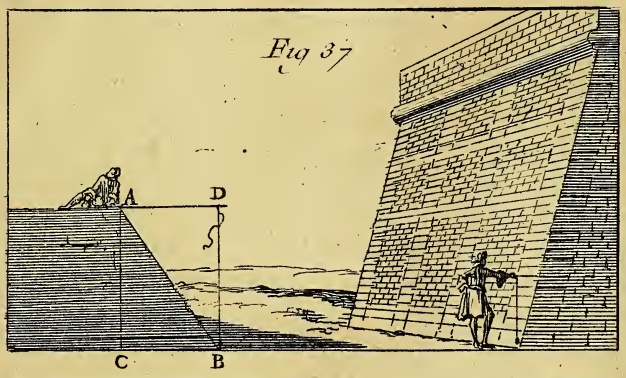


Fig 38

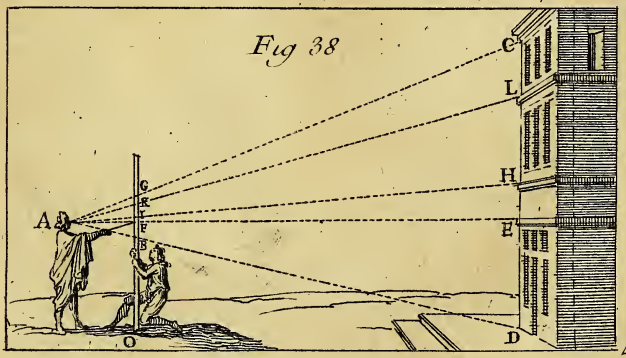


TABLE
DES CHAPITRES
ET DES PROPOSITIONS
Contenues dans ce Traité de Géométrie.

CHAPITRE PREMIER.
Définitions.

De la Géométrie, page 1
Du point, de la ligne, de la ligne droite, de la ligne courbe, des lignes paralleles, de l'angle linéal, & de l'angle rectiligne, curviligne & mixtiligne, 2
De l'angle droit, aigu, & obtus : de la perpendiculaire : de l'angle alterne opposé & de même part ; de la surface, 3
De la surface plane, de la surface courbe, de l'assiette des plans, du terme, 4
De la figure : de la figure rectiligne, des poligones, du triangle rectangle, 5
Du triangle ambligone, oxigone, équilatéral, isoscele & scalene : du quarré, du rectangle, 6
Du parallélogramme, du rhombe, de la diagonale, du trapeze régulier, de la base, du cercle, 7
Du diamétre & du rayon, des dégrés, minutes, & secondes, de l'arc, de la corde, de la mesure de l'arc, & de l'angle, de la ligne tangente, de la sécante, du demi-cercle, de la portion de cercle, & du secteur, 9
De l'ovale, de l'ellipse, de la figure réguliere, & de l'irréguliere, de la figure équiangle, 10
De la figure équilatérale, des figures concentriques & excentriques, des supplémens, du gnomon, & des parties communes, 11
De la grandeur d'une quantité, de la raison de deux quantités, des termes de la raison, des termes antécédens & conséquens, 12

Des raisons semblables & égales, des termes proportionnels, de la proportion, des termes de la proportion, 13
Des termes moyens & extrêmes, des termes en proportion continuée, de la raison doublée & triplée, de la raison inverse, 14
De la raison alterne, de la proportion d'égalité, de la proportion de composition, 15
De la proportion de division, des figures semblables, 16
Des termes homologues, des termes réciproques, des plans égaux, de la convenance des plans, 17
De la hauteur des plans, des figures inscrites & circonscrites au cercle, de l'aire d'une figure, de l'échelle, 18

CHAPITRE SECOND.

NOTIONS. 19

La proportion inverse, la proportion alterne, la proportion d'égalité, 21
La proportion de composition, 22
La proportion de division, 23

CHAPITRE TROISIÉME.

De la Pratique des lignes, des angles, & des figures.

PROPOSITION. I. *Couper une ligne droite en deux parties égales,* 53
PROP. II. *Couper un arc en deux également,* ibid.
PROP. III. *Couper un angle rectiligne en deux également,* 54
PROP. IV. *D'un point donné dans une ligne droite, élever une perpendiculaire,* 55
PROP. V. *Elever une perpendiculaire à l'extrémité d'une ligne,* ibid.
PROP. VI. *Abaisser une perpendiculaire sur une ligne droite,* 56
PROP. VII. *Elever sur un angle rectiligne, une ligne droite, qui fasse des angles égaux de part & d'autre,* 57
PROP. VIII. *Par un point proposé mener une ligne parallele à une autre,* ibid.

PROP. IX. *Faire un angle égal à un autre*, 58
PROP. X. *Trouver la valeur d'un angle, par le moyen d'un rapporteur ou demi-cercle*, ibid.
PROP. XI. *Faire un angle de tel nombre de dégrés qu'on voudra*, ibid.
PROP. XII. *Décrire un triangle équilatéral sur une base donnée*, 59
PROP. XIII. *Construire un quarré sur une base donnée*, ibid.
PROP. XIV. *Inscrire un triangle équilatéral dans un cercle*, 60
PROP. XV. *Inscrire un exagone régulier*, ibid.
PROP. XVI. *Inscrire un quarré*, ibid.
PROP. XVII. *Inscrire un octogone régulier*, 61
PROP. XVIII. *Inscrire tel poligone régulier qu'on voudra, par le moyen du rapporteur*, ibid.
PROP. XIX. *Construire un exagone régulier sur une base donnée*, 62
PROP. XX. *Décrire un dodécagone régulier dont un des côtés est proposé*, ibid.
PROP. XXI. *Sur une base donnée, décrire un octogone*, ibid.
PROP. XXII. *Sur une base donnée, décrire tel poligone régulier qu'on voudra*, 63
PROP. XXIII. *Inscrire un eptagone dans un cercle*, 64
PROP. XXIV. *Inscrire un ennéagone*, ibid.
PROP. XXV. *Sur une base donnée, décrire un ennéagone régulier*, 65
PROP. XXVI. *Décrire un triangle semblable & égal à un autre*, ibid.
PROP. XXVII. *Décrire sur une base donnée un triangle semblable à un autre*, 66
PROP. XXVIII. *Décrire une figure rectiligne égale & semblable à une autre*, ibid.
PROP. XXIX. *Décrire sur une base donnée une figure semblable à une autre*, 67
PROP. XXX. *Construire une figure semblable à une autre, par le moyen d'une échelle*, ibid.
PROP. XXXI. *Trouver le centre d'un cercle*, 68
PROP. XXXII. *Achever un cercle commencé dont on n'a pas le centre*, ibid.
PROP. XXXIII. *Trouver le milieu de trois points, ou dé-*

crire un cercle par trois points qui ne ſoient pas dans une ligne droite, 69
PROP. XXXIV. *Mener une ligne droite qui touche un cercle par un point donné*, ibid.
PROP. XXXV. *Trouver le point où un cercle eſt touché d'une ligne droite*, 70
PROP. XXXVI. *Décrire ſur une ligne droite un ſegment de cercle capable d'un angle égal à un angle donné*, ibid.
PROP. XXXVII. *Décrire ſur une ligne un poligone régulier dont l'angle du centre eſt donné*, 71
PROP. XXXVIII. *Couper d'un cercle un ſegment capable d'un angle égal à un angle donné*, 72
PROP. XXXIX. *Inſcrire dans un cercle un triangle ſemblable à un autre*, ibid.
PROP. XL. *Inſcrire un cercle dans un triangle*, 73
PROP. XLI. *Décrire un cercle autour d'un triangle*, ibid.
PROP. XLII. *Décrire autour d'un cercle, un triangle ſemblable à un triangle donné*, 74
PROP. XLIII. *Autour d'un cercle, circonſcrire un quarré*, ibid.
PROP. XLIV. *Autour d'un cercle, circonſcrire un poligone régulier*, 75
PROP. XLV. *Diviſer une ligne droite en tant de parties égales qu'on voudra*, 76
PROP. XLVI. *Autre maniere de diviſer une ligne*, 77
PROP. XLVII. *Faire diverſes échelles ſemblables ſur des longueurs inégales*, 78
PROP. XLVIII. *Diviſer une ligne en pluſieurs parties qui ſoient entr'elles comme les parties d'une autre ligne*, 79
PROP. XLIX. *A deux lignes données, trouver une troiſiéme proportionnelle*, ibid.
PROP. L. *A trois lignes données, trouver une quatriéme proportionnelle*, 80
PROP. LI. *Trouver une moyenne proportionnelle*, ibid.
PROP. LII. *Autre maniere de trouver une moyenne proportionnelle*, 81
PROP. LIII *D'une ligne donnée, couper une partie qui ſoit moyenne proportionnelle entre le reſte & une autre ligne*, ibid.
PROP. LIV. *Trouver deux lignes moyennes entre deux autres propoſées, tellement que les quatre ſoient en proportion continuée*, 82

PROP. LV. *Décrire une ovale sur une longueur donnée*, 84
PROP. LVI. *Décrire une ovale sur une longueur & une largeur donnée*, 85
PROP. LVII. *Trouver le grand & le petit diamétre d'une ovale*, ibid.
PROP. LVIII. *Diviser la circonférence d'un cercle en 360 dégrés*, 86
PROP. LIX. *Diviser le contour d'un plan en plusieurs parties égales*, 87
PROP. LX. *Trouver une ligne droite égale à une courbe*, 88

CHAPITRE QUATRIÉME.

De la Réduction ou Transformation des Plans.

PROPOSITION I. *D'un triangle scalene* ABC, *faire un triangle isoscele; ou, ce qui est même chose, décrire un triangle isoscele égal au scalene proposé*, 89
PROP. II. *Réduire en triangle le parallélogramme* BD, ibid.
PROP. III. *Réduire le triangle* ABC *en parallélogramme*, 90
PROP. IV. *Faire un parallélogramme du triangle* ABC, *sans changer l'angle* A, ibid.
PROP. V. *Faire un rectangle du parallélogramme* STRO, 91
PROP. VI. *Décrire un rectangle égal au triangle* ABC, ibid.
PROP. VII. *Réduire en triangle le quadrilatere* ABCD, 92
PROP. VIII. *Donner au triangle* ABC *la hauteur* BD, ibid.
PROP. IX. *Abaisser le triangle* ABC *à la hauteur* AD, ibid.
PROP. X. *Hausser le triangle* IKL, *jusqu'au point* M, 93
PROP. XI. ABC *est un autre triangle qu'on veut abaisser au point* D, ibid.
PROP. XII. *Réduire le quadrilatere* ABCD *en parallélogramme rectangle*, ibid.
PROP. XIII. *Réduire le trapeze* ABCD *à un triangle qui ait son angle supérieur en* E, 94
PROP. XIV. *Faire du pentagone* ABCDE *un quadrilatere* CDEF, ibid.
PROP XV. *Réduire en triangle le pentagone* APONR, ibid.
PROP. XVI. *Réduire en triangle le quadrilatere* ABCD *qui a un angle rentrant* BAD, 95

PROP. XVII. *Décrire un triangle égal au pentagone régulier* ABD, ibid.
PROP. XVIII. *Réduire le pentagone* AD, *en triangle sur le côté* AB, ibid.
PROP. XIX. *Réduire l'exagone* ABE *en triangle* AFL, 96
PROP. XX. *Du pentagone* ABCDE *faire un triangle qui ait son angle supérieur en* O, *& la base dans la ligne* SV, 97
PROP. XXI. *Du pentagone* ABLD *faire un triangle de la hauteur* IL, ibid.
PROP. XXII. *Décrire sur la ligne* BD *& sur l'angle* ABD, *un triangle égal au triangle* ABC, ibid.
PROP. XXIII. *Décrire sur la ligne* AF *un triangle égal au pentagone* ABD, 98
PROP. XXIV. *Réduire en triangle le plan* ABCDE, *qui a un angle rentrant*, ibid.
PROP. XXV. *Réduire en triangle le plan* ABCDEF, ibid.
PROP. XXVI. *Allonger le parallélogramme* MC, *sur la longueur* MA, 99
PROP. XXVII. *Réduire le parallélogramme* CNOP *à la longueur* CR. ibid.
PROP. XXVIII. *Décrire un quarré égal au rectangle* BG, ibid.
PROP. XXIX. *Réduire le plan* ABCDE *entre les deux paralleles* BF, AD, 100
PROP. XXX. *Réduire en parallélogramme le quadrilatere* DOPR *qui a déja les côtés* DR, PO *paralleles*, 101
PROP. XXXI. *Décrire un triangle équilatéral, égal au scalene* ABC, ibid.
PROP. XXXII. *Du triangle* ABC *faire un triangle semblable au proposé* O, 102
PROP. XXXIII *Tirer une ligne parallele à* DE *qui fasse avec l'angle* A *un triangle égal au triangle* ABC. ibid.
PROP. XXXIV. *On demande que le côté* AB *du pentagone* ABD *soit parallele à* CE, 103
PROP. XXXV. *Le parallélogramme* ABEG *étant proposé, diriger son côté* AB *vers le point* D, ibid.
PROP. XXXVI. *Diriger le côté* AB *du triangle* ABC *vers le point* D, 104
PROP. XXXVII. *Diriger vers le point* D, *le côté* AB, *du plan* ABG, 105

PROP. XXXVIII. *Décrire un exagone régulier égal au triangle* ABC, ibid.
PROP. XXXIX. *Décrire un pentagone régulier, égal à l'irrégulier* ABD, 106
PROP. XL. *Le triangle* ABC *eſt donné pour en faire un poligone ſemblable au poligone* DG, 107
PROP. XLI. *Décrire une figure ſemblable à la figure* HK, *qui contienne autant d'aire que la figure* CE, 108
PROP. XLII. *Décrire un triangle égal au cercle* ABD, 109
PROP. XLIII. *Autre maniere de décrire un triangle égal à un cercle*, 110
PROP. XLIV. *Réduire en cercle le triangle* ABC, ibid.
PROP. XLV. *Décrire ſur la ligne droite* GF, *une ovale égale au cercle* ABC, 111
PROP. XLVI. *Décrire un cercle égal à l'ovale* GLFM, 112

CHAPITRE CINQUIÉME.

De la diviſion des Plans.

PROPOSITION I. *Partager le triangle* ABC *en trois parties égales, par des lignes tirées de l'angle* C, 113
PROP. II. *Partager le quadrilatere* BD *en deux également, par une ligne tirée de l'angle* C, ibid.
PROP. III. *Partager le quadrilatere* AC *en deux, par une ligne menée de l'angle* B, 114
PROP. IV. *Diviſer le quadrilatere* AC *en trois également, par deux lignes menées de l'angle* D, ibid.
PROP. V. *Conduire de l'angle* A, *des lignes qui partagent le pentagone* CD *en trois parties égales*, 115
PROP. VI. *Diviſer le pentagone* BM *en quatre parties égales, par des lignes tirées du point* A, 116
PROP. VII. *Diviſer le plan* BC *en ſix parties égales, par des lignes menées à l'angle* A, 117
PROP. VIII. *Tirer de l'angle* A *une ligne qui partage le plan* BCE *en deux également*, 118
PROP. IX. *Diviſer le plan* BE *en deux également, par une ligne menée de l'angle* A, ibid.
PROP. X. *Diviſer le triangle* ABC *en trois parties égales, par des lignes conduites au point* D, 119

PROP. XI. *Diviſer le pentagone* RS *en trois parties égales, par des lignes tirées du point* F, ibid.
PROP. XII. *Tirer du point* G *une ligne qui diviſe le plan* BCF *en deux également*, ibid.
PROP. XIII. *Partager le pentagone* ABO *en trois parties égales, par des lignes tirées du point* F, *enſorte que la ligne* AF *faſſe une des diviſions*, 120
PROP. XIV. *Partager en trois parties égales le pentagone régulier* ACE, *par des lignes tirées du centre* B, 121
PROP. XV. *Diviſer le triangle* ABC *en trois parties égales, par des lignes menées au point* D, *pris hors du triangle*, ibid.
PROP. XVI. *Diviſer le parallélogramme* BD *en quatre parties égales, par des lignes conduites au point* E, 122
PROP. XVII. *Mener du point* F *des lignes qui partagent le pentagone* ABD *en trois parties égales*, ibid.
PROP. XVIII. *Partager en trois également le triangle* ABC, *par des lignes tirées aux points* D, E, *pris dans la baſe* AB *qui en eſt coupée en trois parties inégales*, 123
PROP. XIX. *Le trapeze* AC *ayant les côtés propoſés* AB, CD *paralleles, eſt donné pour être partagé en trois également, par les points* E, F, *qui diviſent la baſe* AB *en trois parties égales*, 124
PROP. XX. *Le trapeze* HK, *a les côtés* IH, KS, *paralleles; & l'on veut le partager en trois parties égales par les points* L, M, *qui diviſent inégalement la baſe* HI, ibid.
PROP. XXI. *Des points* D & C, *pris comme on voudra dans la baſe* IA, *partager le quadrilatere* AB *en trois parties égales*, 125
PROP. XXII. *Diviſer du point* D *le plan* BV *en deux parties, qui ſoient entr'elles comme les deux parties de la ligne* RS, ibid.
PROP. XXIII. *Partager le plan* FC, *en trois parties égales ſur trois parties égales* AILB, 126
PROP. XXIV. *Partager le plan* CF *en deux parties qui ſoient entr'elles comme les parties* AN, NB, *de la baſe* AB, 127
PROP. XXV. *Partager le triangle* ABC *en trois parties égales, par des lignes paralleles au côté* AC, 128
PROP. XXVI. *Partager le parallélogramme* AC *en trois parties égales, par des lignes paralleles aux côtés* AD, BC, ibid.

PROP.

PROP. XXVII. *Diviſer le trapeze régulier* AIML, *en trois parties égales, par des lignes ou coupures paralleles au côté* AL, 129
PROP. XXVIII. *Diviſer le quadrilatere* ABCD *en deux parties égales, par une ligne parallele au côté* BD, ibid.
PROP. XXIX. *Partager le quadrilatere* AC *en deux également, par une ligne qui ſoit parallele au côté* BC, 130
PROP. XXX. *Partager l'exagone régulier* AD *en quatre parties égales, par des lignes paralleles à la diagonale* CF, 131
PROP. XXXI. *Partager l'Exagone régulier* ABD *en trois parties égales, qui ſoient concentriques*, ibid.
PROP. XXXII. *Du quarré* AC *en faire trois qui ſoient égaux entr'eux*, 132
PROP. XXXIII. *Du quarré* AC *en faire trois autres qui ſoient entr'eux comme les rectangles* AE, RF, ibid.

CHAPITRE SIXIÉME.

De la maniere d'aſſembler les Plans, de les retrancher les uns des autres, & de les agrandir ou diminuer ſelon quelque quantité propoſée.

PROPOSITION I. *Décrire un triangle égal aux trois plans* A, B, C, 133
PROP. II. *Aſſembler pluſieurs plans rectilignes & ſemblables* D, A, B, C, *en un ſeul* O *qui leur ſoit auſſi ſemblable*, ibid.
PROP. III. *Décrire un cercle égal aux trois cercles* A, B, C, 134
PROP. IV. *Retrancher du triangle* ABC, *une partie égale au pentagone* D, ibid.
PROP. V. *Oter du plan* AEB *une partie égale au triangle* AFG, 135
PROP. VI. *Réduire une figure en petit*, ibid.
PROP. VII. *Décrire ſur la baſe* GH, *une figure ſemblable à la figure* AD, ibid.
PROP. VIII. *Décrire un poligone ſemblable au poligone* AH, *mais plus petit de moitié, c'eſt-à-dire, contenant la moitié moins d'aire*, 136

PROP. IX. *Diminuer le quarré* AD, *de la valeur du plan* E, 137
PROP. X. *Retrancher de l'exagone irrégulier* ABD, *un autre exagone ſemblable, la différence des deux reſtant égale au plan* G, ibid.
PROP. XI. *Réduire une figure en grand*, 138
PROP. XII. *Doubler, tripler & quadrupler le plan* BC, 139
PROP. XIII. *Multiplier le cercle* BCD *autant qu'on voudra*, 140
PROP. XIV. *Décrire un poligone qui ſoit au poligone* H, *en raiſon de* 3 *à* 2, ibid.
PROP XV. *Décrire ſur la baſe* EF, *une figure ſemblable à la figure* AC, 141

CHAPITRE SEPTIÉME.

Du Toiſé des Plans. 143

OBSERVATIONS. 144

PROPOSITION. I. *Meſurer l'aire du rectangle* AC, 145
PROP. II. *Trouver l'aire du parallélogramme* EFGH, 148
PROP. III. *Trouver l'aire du triangle* ABC, ibid.
PROP. IV. *Trouver l'aire du quadrilatere* GL, *dont les côtés* GH, IL *ſont paralleles*, ibid.
PROP. V. *Trouver l'aire du quadrilatere* ABCD, 149
PROP. VI. *Trouver l'aire d'un poligone régulier*, ibid.
PROP. VII. *Trouver l'aire d'un poligone irrégulier*, 150
PROP. VIII. *Trouver l'aire d'un cercle*, ibid.
PROP. IX. *La valeur du diamétre d'un cercle étant donnée, trouver la valeur de la circonférence*, 151
PROP. X. *Meſurer le demi-cercle* DOF, ibid.
PROP. XI. *Trouver l'aire du ſecteur* POR, ibid.
PROP. XII. *Trouver l'aire d'un grand ſegment de cercle*, ibid.
PROP. XIII. *Trouver l'aire du petit ſegment* EFG, 152
PROP. XIV. *Trouver l'aire de l'ovale* AF, ibid.
PROP. XV. *Trouver l'aire d'un terrein dont le contour eſt ondoyant*, ibid.

CHAPITRE HUITIÉME.

De la Trigonométrie, ou du calcul des Triangles rectilignes, 153

PROPOSITION I. *La valeur des deux angles* A & B *du triangle* ABC *étant connue, trouver la valeur du troisiéme,* 156

Usage des Sinus.

PROP. II. *La valeur des angles* A & B, *& du côté* AC *étant connue, trouver celle du côté* BC, ibid.
PROP. III. *La valeur des côtés* BC, AC, *& de l'angle* A *étant connue, trouver celle de l'angle* B, 158
PROP. IV. *Trouver la valeur du côté* BC *opposé à l'angle* A, *qui est obtus,* ibid.

Usage des Tangentes & Sécantes.

PROP. V. *L'angle* A *étant droit, & l'angle* B *connu, avec le côté d'entre-deux, trouver la valeur de la perpendiculaire* AC *& de l'hypoténuse* BC, 159
PROP. VI. *Les côtés* AB, AC, *composant un angle droit, étant connus, trouver l'hypoténuse* BC, 160
PROP. VII. *L'hypoténuse* BC *étant connue, avec la jambe* AC, *trouver l'autre jambe* AB *qui fait l'angle droit* BAC, 161
PROP. VIII. *Les côtés* AB, AC, *composant l'angle droit* A, *étant connus, trouver les deux angles* B & C, ibid.
PROP. IX. *L'angle* A *& les côtés qui le composent étant connus, trouver les autres angles,* 162
PROP. X. *L'angle* B *étant connu, avec les côtés qui le composent, trouver la perpendiculaire* CE, ibid.
PROP. XI. *L'angle* B *& les côtés* AB, BC *étant connus, trouver la perpendiculaire* CE, 163
PROP. XII. *Les trois côtés du triangle* ABC *étant connus, trouver la valeur de l'angle* C, 164
PROP. XIII. *Les trois côtés du triangle* ABC *étant connus, trouver la valeur de l'angle* A, *qui est obtus,* 165
PROP. XIV. *On demande la valeur de l'angle* A, *qui est aigu,* ibid.

Usage des Logarithmes.

PROP. XV. *Les angles* A, B, *& le côté* BC *étant connus, trouver, par les logarithmes, la valeur du côté* AC, 166
PROP. XVI. *Nous disons que l'arc* DF *coupé, suivant la* 23 *du* 3, *est à peu près la septiéme partie de la circonférence du cercle, on veut sçavoir en quoi consiste cet à peu près*, 167
PROP. XVII. *On dit que l'arc* DH *coupé, suivant la* 24 *du* 3, *est à peu près la neuviéme partie de son cercle, nous voulons sçavoir s'il est plus grand ou plus petit, & de combien*, 168
PROP. XVIII. *Supposé le segment de cercle* AGB *décrit sur la droite* AB, *suivant la* 25 *du* 3. *On veut sçavoir la différence qu'il y a entre l'angle* AFB *& le vrai angle, au centre d'un ennéagone régulier*, 169

CHAPITRE NEUVIÉME.

Des Corps ou Solides.

DÉFINITIONS. 171
Du Toisé des Solides. 174
OBSERVATIONS. 176

PROPOSITION I. *Mesurer un cube, ou un parallélipipede*, 177
PROP. II. *Mesurer le prisme triangulaire* BF, 181
PROP. III. *Mesurer le talud d'un rempart*, 182
PROP. IV. *Soit aussi proposé de mesurer le prisme* CH *dont les plans rectangles* ABCD, GHIK *sont paralleles entr'eux*, 183
PROP. V. *Mesurer le corps* DF, *composé d'un parallélipipede & de deux prismes*, 184
PROP. VI. *Mesurer une pyramide*, 185
PROP. VII. *Mesurer le reste d'une pyramide dont la surface supérieure est parallele à la base*, 186
PROP. VIII. *Mesurer l'exaëdre irrégulier* AG *dont les surfaces opposées & paralleles* ABCD, EFGH, *sont deux rectangles inégaux & dissemblables*, ibid.

PROP. IX. *Mesurer un canal ou fossé* AC, *pour sçavoir la quantité de terre qu'on en a tirée*, 188
PROP. X. *Mesurer la maçonnerie qui fait le tour ou le bord d'un bassin de Fontaine*, 189
PROP. XI. *Mesurer le bord d'un bassin rond*, ibid.
PROP. XII. *Mesurer le solide d'un talud* AF *qui fait un angle droit rentrant* BHL, ibid.
PROP. XIII. *Mesurer le talud de l'angle saillant* CEG, 190
PROP. XIV. *Mesurer le solide en talud* ABE, ibid.
PROP. XV. *Mesurer le talud de l'angle rentrant* DLF, *qui est obtus*, 191
PROP. XVI. *Mesurer le dodecaëdre régulier* A, ibid.
PROP. XVII. *Mesurer une sphere*, ibid.
PROP. XVIII. *Mesurer le contenu d'un tonneau*, 192
PROP. XIX. *Mesurer une certaine quantité de liqueur proposée*, 193

OBSERVATIONS.

CHAPITRE DIXIÉME.

Pratiques sur le terrein, où l'on enseigne à lever des Plans, à en tracer, & à mesurer toutes sortes de dimensions inaccessibles.

Usage du Cordeau.

PROPOSITION. I. *Du piquet* C, *conduire sur le pré une ligne qui fasse des angles égaux avec le mur* AB, 199
PROP. II. *Tirer sur le pré ou terrein, & au piquet* B, *une ligne qui fasse un angle droit avec le mur* AB, 200
PROP. III. *Couper l'angle* ABC *en deux également*, ibid.
PROP. IV. *Du piquet* C, *mener un cordeau parallele au mur* AB, 201
PROP. V. *Lever le plan d'un mur* AC *bâti sur la descente d'une montagne, ou plutôt, mesurer ce mur pour en avoir le plan*, ibid.
PROP. VI. *Lever le plan de l'angle rentrant* B, *c'est-à-dire, décrire sur le papier, un angle égal à celui des deux murs* ABC, ibid.

PROP. VII. *Lever le plan de l'angle saillant* EFO, 202
PROP. VIII. *Tracer sur le terrein un triangle semblable au proposé* ABC, ibid.
PROP. IX. *Lever le plan d'un mur composé de plusieurs angles* A, B, C, D, ibid.
PROP. X. *Lever le plan d'un pré, ou de telle autre piéce de terre qu'on voudra*, 203
PROP. XI. *Lever le plan d'un Château par le dehors*, 204

Usage du Demi-cercle.

PROP. I. *Mesurer une largeur de riviere, par exemple*, BC, 205
PROP. II. *Mesurer l'angle rentrant* ABC, *qu'un fossé plein d'eau rend inaccessible*, ibid.
PROP. III. *Mesurer l'angle saillant* ABC, *duquel on ne peut approcher*, 206
PROP. IV. *Mesurer la courtine* AB, *ayant le fossé* EF, *entre-deux*, ibid.

Usage du Compas de Proportion.

PROP. I. *Faire un angle de telle ouverture qu'on voudra, par exemple, soit proposé de faire un angle de 40 dégrés au point* L, 207
PROP. II. *Mesurer l'angle* IGH, 208

Usage de la Planchette.

PROP. I. *Tirer une ligne sur le terrein qui réponde à la ligne* AB *proposée sur la planchette*, 209
PROP. II. *Un angle* ABC *étant proposé sur la planchette, en aligner un semblable sur le terrein*, ibid.
PROP. III. *Du point* O, *donné sur la planchette, tirer une ligne vers quelqu'endroit proposé, par exemple, vers le clocher* F, ibid.
PROP. IV. *Mesurer une largeur inaccessible, par exemple, celle d'un marais* AB, 210
PROP. V. *Etant donné un plan sur la planchette, en tracer un semblable sur le terrein*, ibid.
PROP. VI. *Lever le plan d'une place, & premiérement du bastion* DED, 211

PROP. VII. *Lever la situation de plusieurs Villages en même-tems ; par exemple, de trois Villages* A, B, C, ibid.
PROP. VIII. *Conduire du point* A, *une ligne parallele à la muraille* CD, *de laquelle on ne peut approcher*, 212
PROP. IX. *Tirer une ligne vers un lieu qu'on ne voit pas*, 213
PROP. X. *Diviser le pré* BF *en deux parties égales, par une ligne droite menée du point* G, 214
PROP. XI. *Mesurer la hauteur d'un bâtiment* AB, *qui est à plomb sur un pavé bien de niveau* AG, ibid.
PROP. XII. *Mesurer la hauteur* AB, *de laquelle on ne sçauroit approcher*, ibid.
PROP. XIII. *Mesurer sur le terrein inégal & penchant* FH, *une hauteur inaccessible* AB, 215
PROP. XIV. *Mesurer la hauteur de la montagne* AB, ibid.
PROP. XV. *Mesurer le talud du rempart* AB, 216
PROP. XVI. *Mesurer la hauteur des étages, fenêtres, portes, & autres parties de la façade d'une maison*, ibid.

Fin de la Table des Chapitres.